QVATRE LIVRES DE LA GEOMETRIE PRATIQVE.

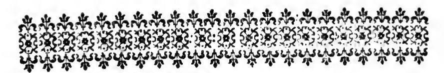
(3

Par D. HENRION *Mathemat.*



A PARIS,

M. DC. XX.



A REVEREND PERE ENDIEV, MESSIRE HENRY DESCOVBLEAV,

EVESQVE ET SEIGNEVR DE
Maillezais, Abbé de Sainct Ioüin de
Marnes, & Conseiller du Roy en
ses Conseils d'Estat
& Priué.



ONSEIGNEVR,

C'est à bon droict qu'en vos estudes vous auez ioinct les diuines Mathematiques auec la saincte Theologie, puis que les Saincts docteurs de l'Eglise Iustin, Hierosme, Augustin & autres, tesmoignent qu'il y à beaucoup de choses és sainctes escritures, qui ne peuuent estre entendues de plusieurs par l'ignorance des nombres, de la Geographie, Astronomie, & Geometrie, principales parties des Mathematiques, pour la cognoissance desquelles S. Basile est grandement loüé de Gregoire Nazianzene, & aussi sans elles, les Theologiens n'auroient pas ce docte commentaire sur Ezechiel faict par le pere Villalpandus de la compagnie de IESVS, *œuure certes remplie d'autant belles conceptions Theologiques que subtiles demonstrations Mathematiques. Ce que i'ay rapporté, Monseigneur, à fin qu'aucun n'ignore combien les sciences Mathematiques sont vtiles aux Theo-*

logiens, & qu'à vostre exemple les autres Prelats & docteurs de l'Eglise s'addonnent tant plus volontiers à l'estude d'icelles, qu'ils sçauront estre vtiles, voire mesme necessaires pour auoir vne droicte & entiere intelligence des sainctes Escritures. Et iugeant que cette Geometrie pratique leur pourroit donner quelque addresse en ceste estude, ie me suis resolu de la laisser aller au iour esclairée de vostre illustre nom, m'assurant que fauorisée de vos merites elle agrera au public. Receuez donc s'il vous plaist, Monseigneur, sous vostre protection, & l'escrit & l'autheur: que si l'vn est peu propre à vous aider aux susdites sciences, au moins croyez que l'autre est desireux de vous tesmoigner qu'il sera à iamais

MONSEIGNEVR,

Vostre tres-humble & tres-obeissant seruiteur,

D. HENRION.



LA GEOMETRIE PRATIQVE.



NOvs auons diuisé ce traicté Geometrique en quatre parties, en la premiere desquelles sont diuers problesmes, partie extraicts des plus doctes Geometres, & l'autre partie de nostre inuention, au prealable desquels nous auons mis les deffinitions des mots, & termes de l'Art.

En la deuxiesme partie sera traicté de la dimention des lignes droictes, c'est à dire du moyen de prendre auec quelque instrument la distance ou interualle des lieux, la haulteur des tours, édifices, arbres, & montagnes, la profondité des puits, vallées, & fossez; & est ceste partie appellée par les Autheurs Altimetrie: Sera aussi monstré en icelle la maniere de prendre & rapporter sur le papier le plan de quelque place ou ville, ensemble la scituation de tous les villages, & autres choses qui se presenteront à la veuë.

En la troisiesme partie sera traicté de la dimension des superficies, appellée par les Geometres Planimetrie.

Et en la quatriesme & derniere sera traicté de la dimension des corps, appellée par les Geometres Stereometrie.

Et d'autant que les traducteurs des Elements d'Euclides de Latin en François ont traduict simplement iceux Elements, delaissant beaucoup de choses, belles & necessaires, qui se pouuoient colliger & schollier à iceux : nous auons annexé en ce traicté és lieux où nous l'auons iugé estre à propos les principaux & plus necessaires Theoremes d'Euclide, & ce tout simplement, comme si c'estoiét simples Axiomes, attendu qu'ils sont demonstrez en leur lieu ; en suitte desquels auons exprimé & declaré les consequences qui se tirent de leurs demonstrations, afin de ne renuoyer ceux qui n'entendent la langue Latine (en faueur desquels auons faict ce traicté François) en vn Autheur qu'ils ne peuuent entendre, lors que nos demonstratiõs s'apuyerõt sur aucũs d'iceux Corrollaires; & aussi pour ce que quelqu'vnes de nosdites demõstrations s'appuyent sur autres Theoremes que ceux d'Euclides, nous auons espars & demonstré iceux par cy par là, où nous auons trouué qu'il estoit besoin d'iceux Theoremes.

PREMIERE PARTIE.

DEFFINITIONS.

Geometrie est l'Art & science de bien mesurer ; & bien mesurer est considerer la nature ou quantité d'vne ou plusieurs choses mesurables, & en comparant icelles entr'elles recognoistre quelle proportion elles ont l'vne auec l'autre, & leur difference.

Le subject de cest Art est magnitude, laquelle est vne quantité continuë, comprenant trois especes, sçauoir est ligne, superficie & corps.

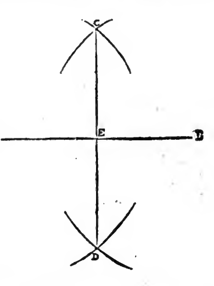
La ligne est ce qui a longueur sans largeur, les extremitez de laquelle sont poincts; & y en a de trois sortes, sçauoir est droicte, courbe & mixte: la ligne droicte est celle qui est esgallement comprise entre ses poincts ;

ou bien c'est vn traict le plus court qui se puisse faire d'vn poinct à l'autre. Mais la ligne courbe est celle qui est conduicte par circuit, depuis vn poinct iusques à l'autre. Et quant aux lignes mixtes, elles ne sont en vsage en la Geometrie; c'est pourquoy nous ne dirons rien d'icelles.

PROBLEME I.

Coupper vne ligne droicte donnée & terminée en deux égallement.

Soit la ligne droicte A B, qu'il faut coupper en deux parties égalles: du poinct A, & de quelque interualle que ce soit (plus grande toutesfois que la moitié de ladite ligne A B) soient descris deux arcs, l'vn au dessus d'icelle ligne, & l'autre au dessoubs; puis du poinct B, & du mesme interualle soient descris deux autres arcs qui couppent les deux premieres en C & D; puis soit menée d'vne intersection à l'autre la ligne C D, & icelle couppera ladite ligne A B en deux parties égalles au poinct E, comme il estoit requis, dont la demonstration est faicte en la 10. p. 1. d'Euclides.



SCHOLIE.

Nous ferons aussi la mesme chose auec le compas de proportion, comme il ensuit.

Soit prise ladite ligne A B proposée à coupper en deux parties égalles, auec vn simple compas, & soit transferée sur le compas de proportion du costé de la ligne droicte, ouurant iceluy iusques à ce que l'ouuerture de 100. ou autre nombre pair soit precisément la grandeur de ladite ligne, puis apres estant ledit compas de proportion ainsi ouuert, soit pris l'ouuerture du nombre 50, moitié de 100, à l'ouuerture duquel a esté posée ladite ligne A B, & transferant icelle ouuerture sur ladite ligne A B, on la couppera en deux égallement, au poinct E, comme il estoit requis.

DEFFINITIONS.

Angle plan est l'inclination de deux lignes l'vne vers l'aure, se touchant en vn plan non directement: & quand les lignes qui contiennent iceluy sont droictes, il se nomme rectiligne : Mais quand l'vne d'icelles lignes tombant sur l'autre faict les angles d'vne part & d'autre égaux, l'vn & l'autre des angles se nomme droict, & la ligne tombante se nomme perpendiculaire, à la ligne sur laquelle elle tombe, & si elle faict vn angle plus grand qu'vn droict, il s'appelle obtus, & celuy qui est plus petit qu'vn droict se nomme aigu.

Superficie, est ce qui a longueur & largeur tant seulement, & les extremitez d'icelle sont ligne ou lignes.

Cercle, est vne figure plane, comprise d'vne seule ligne appellée circonference, au milieu de laquelle figure il y a vn poinct, qui s'appelle le centre du cercle, duquel estant menées des lignes droictes vers la circonference, elles sont toutes égalles entr'elles, & vne ligne droicte passant par ledit centre, & laquelle diuise iceluy cercle en deux égallement, s'appelle diametre du cercle.

Section de cercle, est vne figure contenuë d'vne partie de circonference du cercle, & d'vne ligne droicte, qui s'appelle base de la section.

Et vn angle se dict estre en la section, lors qu'à vn poinct pris en la circonference sont menées deux lignes droictes des deux extremitez de la ligne, qui sert de base à la section, & c'est l'angle compris d'icelles deux lignes.

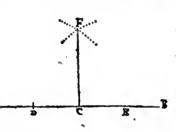
AXIOME I. Demonstré en la 31. p. 3.

Dans le cercle l'angle qui est au demy cercle est droict, & celuy qui est en la plus grande section est plus petit qu'vn droict ; mais celuy qui est en la plus petite, est plus grand qu'vn droict.

PROBLEME II.

Sur vne ligne droicte donnee, & d'vn poinct en icelle, tirer vne ligne perpendiculaire.

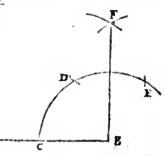
Soit la ligne droicte A B, & le poinct donné en icelle soit C, duquel il faut leuer vne perpendiculaire : Soient pris deux poincts distants égallement de C, comme D & E, & d'iceux soient descris deux arcs de cercles, s'entrecouppans en F, de laquelle intersection soit tirée la ligne F C, qui sera perpendiculaire à ladite ligne A B, ainsi qu'il estoit requis, dont la demonstration est faicte en la 11. p. 1.



SCHOLIE.

Si le poinct donné estoit à l'extremité de la ligne, il faudroit continuer ladite ligne, & sur icelle estant continuée faire comme dessus : Ou bien nous prendrons vn poinct au dessus d'icelle ligne, cõme C; & apres auoir posé le pied du compas sur ledit poinct C, nous l'ouurirons iusques au poinct donné B, & descrirons l'arc D B E, puis nous tirerons la ligne droicte D C E, passant par le centre C; puis du poinct E nous tirerons E B, qui sera la perpendiculaire demandée : car l'angle D B E, dans le demy cercle est droict par la 31. p. 3. ou axiome 1. & par consequent E B, est perpendiculaire.

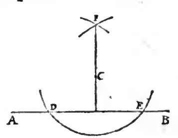
Autrement : du poinct donné B, & de quelconque interualle B C, moindre que la ligne donnée nous descrirons vn arc C D E plus grand que le tiers de la circonference de tout le cercle; puis sur iceluy arc soit pris deux interualles C D, D E, chacun égal au semidiametre B C; & des poincts D & E soient descris deux arcs s'entrecouppans au poinct F; duquel soit tirée à B la ligne droicte F B, qui sera perpendiculaire à A B, ainsi que dessus.



PROBL. III.

Sur vne ligne droicte donnée & interminée, & d'vn poinct hors icelle, mener vne ligne perpendiculaire.

Soit donné la ligne A B, & vn poinct C hors icelle, duquel il faut mener vne perpendiculaire à A B. Du poinct C soit descrit vn arc qui couppe la ligne donnée en D & E, & d'iceux poincts cóme centres, soient descrits deux arcs de cercle d'égale estenduë qui

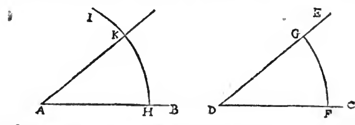


s'entrecouppent au poinct F, duquel poinct & par celuy doné soit tirée la ligne F C G, laquelle sera perpendiculaire à la ligne A B comme il se deuoit faire, dont la demonstration est faite en la 12. p. 1.

PROBL. IV.

Sur vne ligne droicte donnée, & à vn poinct donné en icelle, faire vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne donnée A B, & le poinct en icelle A, sur le-



quel il faut faire vn angle rectiligne égal au donné C D E.

DU

Du centre D soit fait l'arc F G, & du mesme interualle du centre A soit aussi descrit l'arc H I, puis soit pris l'ouuerture de l'arc F G, & soit transportée sur l'arc HI; & du poinct A par le poinct I soit tirée la ligne A I, & sera fait l'angle H A I égal au donné CD E comme il estoit requis, dont la demonstration est faite à la 23. p. 1.

SCHOLIE.

L'angle C D E estant donné en nombres il sera facile d'en faire vn égal à iceluy par le moyen du compas de proportion, comme ensuit.

Soit donné la ligne A B sur laquelle il faut faire vn angle de trente-sept degr. du centre A & de quelque interualle, comme A H soit descrit l'arc H I & porté la mesme interualle A H au compas de proportion à l'ouuerture de 60. deg. & estant ledit compas de proportion ainsi ouuert, soit pris l'ouuerture de 37. deg. & portée sur l'arc H I, & icelle se terminant au poinct I soit tirée à iceluy du poinct A la ligne A I, laquelle faict l'angle H A I de 37. deg. ainsi qu'il estoit requis.

Or par cecy il est manifeste qu'estant cogneu l'vn des costez d'vn tri. & les deux angles de dessus iceluy l'on descrira facilement iceluy triangle, & par consequent seront aussi cogneus les deux autres costez dudit tri. Car prenant ledit costé cogneu sur le compas de proportion, & descriuant sur chacune extremité d'iceluy costé vn des deux angles cogneus, les lignes faisant iceux ang. estans tirées iusques à ce qu'elles s'entrecouppent l'vne l'autre formeront le tri. dont les deux costez incogneus estans portés sur le compas de parties ils seront cogneus: mais il sera enseigné cy apres vn autre moyen plus commode pour cognoistre iceux costez incogneus deux angles & vn costé d'vn tri. estans cogneus.

D'auantage s'il estoit requis ouurir le compas de proportion d'vn angle égal au donné C D E, il faudroit ayant fait l'arc FG transporter sur la iambe la distance DF, & notter où elle se terminera, puis prendre la distance F G, & faire que l'ouuerture du nombre où se sera terminé l'interualle D F soit d'icelle distance FG, & lors le compas de prop. sera ouuert de l'angle donné C D E.

Que s'il estoit aussi requis d'ouurir le comp. de prop. de quelque ang. prop. en nombre de deg. il faudroit prendre sur la iambe d'iceluy compas la dist. du centre iusqu'au nombre de deg. de l'angle prop. & faire que l'ouuerture de 60. degrez soit d'icelle distance.

Il est donc manifeste par cecy qu'iceluy comp. estant ouuert, on sçaura facilement de combien de deg. sera ladite ouuerture; car prenant l'ouuerture de 60. deg. & la posant sur l'vne des iambes, sera monstré le nomb. des degrez de ladite ouuerture.

Nous sçaurons aussi estant donné vn angle combien il contient de deg. sçauoir est faisant vn arc sur iceluy angle, puis ayant transferé le demy diam. d'iceluy arc à l'ouuerture de 60. deg. & la grandeur de l'arc sur l'vne & l'autre iambe, nous verrons quelle ouuerture elle sera.

Or d'autant que les Sinus sont de tres-grands vsages, nous mettrons icy la maniere de trouuer le Sinus droict d'vn angle donné, le total Sinus estant posé de 200. ce que nous ferons en trois manieres, dont la premiere est qu'il faut ouurir le compas de proportion de l'angle donné, puis soustraire de 180. deg. le double des deg. d'iceluy angle prop. & ce qui restera sera le nombre des degr. sur lequel doit tomber la perpendicul. de 180. deg. de la iambe opposite, & portant icelle perpendiculaire sur la iambe du costé de la ligne droicte on trouuera le nombre d'icelle, qui sera le Sinus requis.

L'autre maniere, est qu'il faut seulement ouurir le compas de proportion de l'angle donné, puis prendre la perpendic. tombant de l'extremité de l'vne des iambes sur l'autre, laquelle sera le Sinus requis.

La troisiéme maniere, est qu'il faut seulement prendre sur la ligne des cordes, ou degrez la grandeur de la corde du double des deg. de l'angle proposé, & la porter sur la ligne droicte pour voir la valeur d'icelle corde.

Mais il est à notter que si l'angle donné estoit obtus il faudroit premierement soustraire iceluy de 180. degrez, afin d'auoir son complement du demy cercle, puis auec iceluy complement poursuiure comme dit est cy dessus.

Au contraire, le Sinus d'vn angle estant donné, nous trouuerons iceluy angle, prenant le Sinus donné auec le simple compas, sur l'vne des iambes du compas de proportion, & ayant posé l'vne des poinctes d'iceluy simple compas sur 180. deg. du compas de proportion, & ouurant iceluy iusques à ce que l'autre poincte du simple compas tombe perpend. sur l'autre iambe dudit compas de proportion, & alors iceluy compas sera ouuert de l'angle du Sinus donné. Mais beaucoup plus promptement, portant ledit Sinus donné sur la ligne des degrez : Car la moitié du nombre des degrez qui seront trouuez sera la valeur de l'angle requis.

PROBL. V.

Coupper en deux également vn angle rectiligne donné.

Soit donné l'angle rectiligne A B C qu'il faut coupper en deux également: du centre B & de quelque interualle que ce soit, soient couppées les lignes BD, BE égales, puis des poincts D & E cóme centres, soient descrits deux arcs se couppant l'vn l'autre en F, & d'icelle intersection par le poinct B soit tirée la ligne B F laquelle couppera l'angle donné en deux ég. comme

il estoit requis, dont la demonstration est faite à la 9. p. 1.

AXIOME II. demonstré en la 13. p. 1.

Vne ligne droicte tombant sur vne autre ligne droicte, fait deux angles droicts, ou bien égaux à deux droicts.

COROLLAIRE.

Il est donc manifeste que l'vn des angles estant cogneu, l'autre ne sera ignoré, car soustrayant les degrez de l'angle cogneu de 180. degrez, resteront les degrez de l'autre angle.

AXIO. III. demonstré en la 15. p. 1.

Si deux lignes droictes se couppent l'vne l'autre, elles feront les angles opposés au sommet égaux.

COROLL.

Il est donc manifeste que deux lignes droictes s'entrecouppans l'vne l'autre feront à leur intersection quatre angles droicts ou égaux à quatre droicts, l'vn desquels estant cogneu, l'on aura facilement cognoissance des autres trois : car premierement l'opposé sera égal à iceluy, & le soustrayant de 180. degrez, resteront les degrez de chacun des deux autres.

DEFF.

Les lignes lesquelles estant constituées sur vn mesme plan & prolongées de part & d'autre à l'infiny ne se rencontrent jamais, sont appellées lignes paralleles.

AXIO. IV. demonstré en la 27. p. 1.

Si vne ligne droicte tombant sur deux lignes droictes fait les angles opposez alternatiuement ég. icelles lignes seront paralleles.

AXIO. V. demonstré en la 28. p. 1.

Si vne ligne droicte tombant sur deux lignes droictes fait l'angle

exterieur égal à son opposé interieur du mesme costé, ou bien les deux interieurs de mesme costé ég. à deux droicts, icelles lignes seront paralleles,

AXIO. VI. demonstré en la 29. p. 1.

Si vne ligne droicte tombe sur deux lignes paralleles, elle fera les angles opposez alternatiuement ég. & l'exterieur ég. à son opposé interieur du mesme costé, & les deux interieurs de mesme costé égaux à deux droicts.

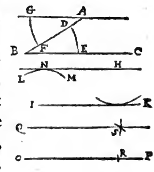
AXIO. VII. demonstré en la 30. p. 1.

Les lignes droictes paralleles à vne mesme ligne droicte, sont paralleles entr'elles.

PROBL. VI.

Par vn poinct donné mener vne ligne droicte parallele à vne ligne droicte donnée.

Soit le poinct donné A, duquel il faut mener vne ligne parallele à la dónée BC. Du poinct A soit menée la ligne A B faisant l'angle A B C, puis de A & B comme centres & d'vn mesme interualle soient descrits les deux arcs D E, F G, lesquels estans faits égaux soit tirée par les poincts A, G, la ligne AG, qui sera telle qu'il estoit requis, comme il est demonstré à la 31. p. 1.



SCHOLIE.

D'autant que la maniere cy dessus n'est guieres vsitée en la pratique, nous adiousterons deux autres manieres, dont la premiere est celle dont l'on vse le plus souuent en pratiquant.

Soit le poinct H duquel il conuient tirer vne ligne parallele à la donnée I K. Du centre H soit fait vn arc qui touche la ligne I K, puis du centre I & du mesme internalle soit fait l'arc LM, & du poinct H soit tirée la ligne H N, qui touche l'arc L M, & icelle ligne H N sera la parallele requise.

Soit encore donnée la ligne O P, à laquelle & du poinct Q il conuient tirer vne autre ligne parallele.

Soit pris en la ligne O P quelque poinct comme R, puis du centre Q & internalle O R soit descrit vn arc, en soit aussi descrit vn autre du centre R & internalle O Q, lequel couppe le premier au poinct S, & d'icelle intersection & du poinct Q soit menée la ligne Q S, laquelle sera parallele à O P, comme il estoit requis.

DEFF.

Les figures planes rectilignes sont celles contenuës de lignes droictes, & icelles sont triangulaires, quadrangulaires, ou polligones.

Les triangul. sont considerées ou selon leurs costez ou selon leurs angles.

Selon leurs costez, il y a trois sortes de triangles, sçauoir est, équilateral, Isoscelle & Scalene.

Le triangle équilater. est celuy qui a ses trois costez égaux.

L'Isoscelle a deux costez égaux seulement.

Le Scalene est celuy qui a ses trois costez inégaux.

Selon les angles il y a aussi de trois sortes de triangles, sçauoir est rectangle ou orthogone, oxigone & ambligone.

Le triangle rectangle ou orthogone est celuy qui a vn angle droict.

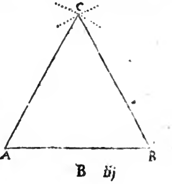
L'oxigone celuy qui a ses trois angles aigus.

Mais l'ambligone est celuy qui a vn angle obtus.

PROBL. VII.

Sur vne ligne droicte donnée & terminée descrire vn triang. équil.

Soit donné la ligne AB, sur laquelle se doiue descrire vn triang. équilat. des poincts A & B comme centres, & de l'internalle de la ligne A B soient descrits deux arcs qui s'entrecouppent en C; puis des poincts A & B à ladite intersection C, soient menées les lignes A C & BC, & sera fait le triangle A C B équil.



ainsi qu'il estoit requis, dont la demonstration est faite à la premiere prop. du premier liure d'Euclide.

PROBL. VIII.

Sur vne ligne droicte donnée & terminée, descrire vn triangle Isoscelle.

Soit donnée la ligne droicte A B; & il faut descrire sur icelle vn triãgle Isoscelle : des poincts A & B comme centres, & d'vne interualle plus grande ou moindre que A B, soient descrits deux arcs qui s'entrecouppent en C; puis des poincts A & B à ladite interfection C soient menées les lignes A C & B C, & sera fait le triangle A C B Isoscelle, ainsi qu'il estoit requis, dont la demonstration est manifeste par la deffinition du cercle, & celle du triangle Isoscelle.

AXIO. VIII. demonstré en la 5. p. 1.

Les triangles Iscoscelles ont les angles sur la base égaux, & les costez égaux estant continuez, les angles exterieurs sous la base sont égaux.

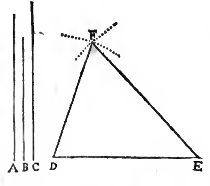
AXIO. IX. demonstré en la 6. p. 1.

Les triangles qui ont les deux angles sur la base ég. ont les deux autres costez égaux.

PROBL. IX.

Faire vn triangle de trois lignes droictes égalles à trois autres données, mais il faut que deux d'icelles prises ensemble, soient plus grandes que l'autre.

Soient trois lignes droictes données A, B, C, deux desquelles prises ensemble sót plus grandes que l'autre, & il faut faire vn triangle d'icelles ou de trois autres à eux égalles. Soit prise la ligne droicte D E égale à quelconque des données cóme à A, puis apres de D & interualle de la ligne B soit décrit vn arc, pareillement de E & interualle de la ligne C soit descrit vn autre arc couppant le premier au poinct F, puis soient tirées à ladite interse̍ction les deux lignes D F, E F & sera fait le triangle D E F de trois lignes droictes égalles aux trois premieres données, comme il estoit requis, dont la demónstration est faite à la 22 p. 1.



SCHOLIE.

En la mesme maniere que dessus estant proposé vn triangle, nous constituerons vn autre triangle qui aura les costez & les angles égaux au proposé, & partant qui luy sera aussi égal en superficie.

Que si les lignes ou costez d'vn triangle estoient données, & que les angles d'iceluy triangle feussent requis, nous les trouuerons en cette maniere: Il faudra prendre sur l'vne des iambes dudit compas de proportion la base du triangle, puis poser l'vne des poinctes du simple compas sur l'vne des iambes, au nombre de l'vn des

coſtez du triangle, & ouurir ledit compas de proport. iuſques à ce que l'autre poincte du ſimple compas puiſſe tomber ſur le nombre de l'autre coſté, & alors ledit compas de proportion ſera ouuert d'autant de degrez que ſera l'angle ſouſtenu de la baſe, & ainſi faut-il faire pour trouuer les autres angles.

AXIO. X. demonſtré en la 4. p. 1.

Si deux triang. ont deux coſtez égaux à deux coſtez chacun au ſien, & les angles compris d'iceux coſtez, égaux; ils auront les baſes égales, & les autres angles auſſi égaux, chacun au ſien, & le triangle ſera égal au triangle.

AXIO. XI. demonſtré en la 8. p. 1.

Si deux triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & la baſe égale à la baſe, ils auront auſſi l'angle égal compris d'iceux coſtez égaux.

AXIO. XII. demonſtré en la 24. p. 1.

Si deux triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & l'angle d'iceux coſtez plus grand que l'angle, ils auront la baſe plus grande que la baſe.

AXIO. XIII. demonſtré en la 25. p. 1.

Si deux triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & la baſe plus grande que la baſe, ils auront auſſi l'angle compris d'iceux coſtez plus grand que l'angle.

AXIO. XIV. demonſtré en la 26. p. 1.

Si deux triangles ont deux angles égaux à deux angles, chacun au ſien, & vn coſté égal à vn coſté, ſçauoir ſon correſpondant l'autre angle, & les autres coſtez ſeront égaux chacun au ſien.

AXIO. XV. demonſtré en la 16. p. 1.

Vn coſté d'vn triangle eſtant prolongé, l'angle exterieur eſt plus grand

grand

grand que l'vn ou l'autre des oppofez interieurement.

AXIO. XVI. demonſtré en la 17. p. 1.

Tout triangle à deux angles moindres que deux droicts de quelle façon qu'ils ſoient pris.

AXIO. XVII. demonſtré en la 18. p. 1.

De tout triangle, le plus grand coſté ſouſtient le plus grand angle.

AXIO. XVIII. *demonſtré en la 19. p. 1.*

En tout triangle le plus grand angle eſt ſouſtenu du plus grand coſté.

AXIO. XIX. *demonſtré en la 20. p. 1.*

En tout triangle les deux coſtez de quelle façon qu'ils ſoient pris, ſont plus grands que le troiſiéme.

AXIO. XX. *demonſtré en la 21. p. 1.*

Si des extrémitez d'vn coſté de quelque triangle, on meine deux lignes droictes ſe rencontrans au dedans; icelles ſeront plus petites que les deux autres coſtez du triangle, mais elles feront vn plus grand angle.

AXIO. XXI. *demonſtré en la 32. p. 1.*

En tout triangle, l'vn des coſtez eſtant prolongé, l'angle exterieur eſt égal aux deux oppoſez interieurs: & de chacun triangle les trois angles interieurs ſont égaux à deux droicts.

COROLLAIRE I.

Il s'enſuit donc que de tout triangle, deſquels deux angles ſeront don-

nez, le troisiesme sera cogneu: Car la somme des deux angles donnez estant soustraite de demy cercle, c'est à dire de 180. degrez, restera la valeur du troisiesme angle.

I I.

Il s'ensuit encore qu'estant prolongé l'vn des costez du triangle, & cogneu l'angle exterieur, & l'vn des opposez interieurs; les deux autres interieurs seront aussi cogneu: car soustrayant de l'exterieur l'opposé interieur cogneu, restera l'autre opposé: & quant au troisiéme angle, il sera cogneu par le Coroll. precedent, ou par celuy de la 13. p. 1. qui est l'Axiome 2.

I I I.

Outre ce s'ensuit, que si d'vn triangle rectiligne vn seul angle aigu est dõné, l'autre angle aigu le sera aussi. Et aussi que d'autant que les triangles égaux sont équiangles, que chacun angle sera de 60. degré, qui est le tiers de deux droicts.

I I I I.

Aussi se peut necessairement inferer que les triangles Isoscelles ayans vn seul angle cogneu, les deux autres le seront aussi: Car si l'angle cogneu est l'vn de ceux de dessus la base du triangle, le doublant & ostant ce double de 180. degrez restera l'angle du sommet. Mais si ledit angle cogneu est celuy du sommet, iceluy estant osté de 180. degrez, restera la somme des deux angles de dessus la base, qui estant partie en deux égallemẽt, on aura la somme d'vn chacun d'iceux angles de dessus la base. Et d'auantage, si auec l'vn des angles estoit aussi cogneu l'vn des costez, ou bien la base, que tout le reste sera aussi facilement cogneu auec le compas de proportion: Car si la base est donnée; le compas de proportion estant ouuert de l'angle du sommet, transferant ladite base sur vne ouuerture d'iceluy compas de proportion, on trouuera aisément les costez: ou bien si les costez sont cognus, le compas de proportion estant ouuert comme dessus, l'ouuerture de l'extremité d'iceux costez, donnera la base.

Or en la mesme maniere on aura la base de quelque triangle, dont deux costez & l'angle qu'ils compreignent seront cogneus.

DEFF.

Les figures ou superficies quadrilateres sont quarré, quarré long ou parallelogramme rectangle, Rhombe, Rhomboide, trapese trapesoide.

Le quarré est vne superficie plaine de quatre costez égaux, & de quatre angles droicts.

Le quarré long ou parallelogramme rectangle est ce quadrilatere là qui a quatre angles droicts; mais les costez inegaux.

Le Rhombe est celuy là qui a les angles non droicts, & les costez égaux.

Et le Rhomboïde est celuy là qui a les angles & les costez opposites égaux sans estre rectangle ny equilateral.

Or est icy à notter que toutes les quatre figures quadrilateres cy dessus definies, sont appellées parallelogramme; d'autant qu'elles ont chacunes les costez opposez parallels. Et estant mené vne ligne droicte de l'vn des angles à l'autre opposé en quelqu'vne d'icelles figures, elle s'appelle diagonalle.

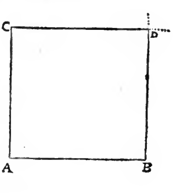
Trapese est vne figure des quatre costez, desquels deux opposez sont égaux, & les deux autres parallels & inégaux.

Et Trapesoïde ou tablette, est toute autre sorte de figure quadrilatere que celles cy dessus, ayant tous les costez & les angles inégaux.

PROBL. X.

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vn quarré.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut descrire vn quarré. Au poinct A soit éleuée perpendiculaire A C égale à A B, & des poincts B & C comme centres, & de l'interualle A B, soient faits deux arcs s'entrecoupans au poinct D, & d'iceluy soient tirées D B, D C: & la figure A C D B sera le quarré requis, dont la demonstration est faite à la 46. p. I.



AXIO. *xxij. demonstré en la 33. p. I.*

Les lignes droictes qui conjoignent deux lignes droictes égales & paralleles, & de mesme costé, sont aussi égales & paralleles.

AXIO. *xxiij. demonstré en la 34. p. I.*

En tout parallelogramme, les costez & les angles opposez sont

égaux,& la diagonale le couppe en deux égallement.

AXIO. xxiiij Demonstré en la 35.p.1.

Les parallelogrammes constitués sur mesme base, & entre mesmes paralleles sont égaux entr'eux.

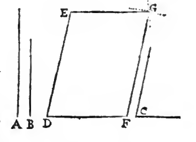
AXIO. xxv. Demonstré en la 36.p.1.

Les parallelogrammes constitués sur bases égales,& entre mesmes paralleles sont égaux entr'eux.

PROBLEME XI.

Estans données deux lignes droictes, & vn angle rectiligne, construire vn parallelogrãme,ayant vn angle égal au donné,& les costez comprenant iceluy angle égaux aux lignes droictes données.

Soient données les deux lignes droictes A, B,& l'angle C,& il faut construire vn parallelogrãme,ayant vn angle égal au donné C, & les deux costez comprenant iceluy angles égaux aux deux lignes dõnées.



Soit pris D E égale à A, puis sur l'extremité D soit faict l'angle E D F egal au donné C,faisant D F égale à B,puis du centre E, & interualle B soit faict vn arc de cercle,& aussi du centre F, & interualle A vn autre arc de cercle,qui couppe le premier en G, & d'iceluy poinct estans tirées vers

E,F les lignes droictes EG,GF, le quadrilatere DG sera le parallelogramme requis, dont la demonstration est manifesté par la construction, & deffinition des parallelogram.

AXIO. xxvj. demonstré en la 43. p. 1.

En tout parallelogramme, les supplémens qui sont sur le diametre sont égaux entr'eux.

AXIO. xxvij. demonstré ez 37. & 38. p. 1.

Les triangles constituez sur mesme base, ou sur ba e gales, & entre mesmes paralleles, sont égaux entr'eux.

AXIO. xxviij. demonstré en la 39. p. 1.

Les triangles égaux constituez sur mesme base, & de mesme part, sont aussi entre mesme paralleles.

AXIO. xxix. demonstré en la 40. p. 1.

Les triangles égaux constituez sur bases égales, & de mesme part, sont aussi entre mesme paralleles.

AXIO. xxx. demonstré en la 41. p. 1.

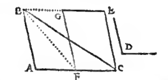
Si vn parallelogrãme, & vn triangle ont vne mesme base, & sont entre mesme paralleles, le parallelogrãme sera double du triangle.

PROBL. XII.

Faire vn parallelogramme égal à vn triangle donné, & ayant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit le triangle donné A B C, auquel il faut faire vn pa-

rallelog. égal, & ayant vn angle égal au donné D. Du poinct B soit menée la ligne B E, parallele à la base A C, & si longue qu'il sera



de besoin, puis soit couppée A C en deux égalem. en F, & à iceluy soit fait l'angle C F G égal au donné D, & estāt menée la ligne C E parallele à F G, la figure quadrilatere F E, sera vn parallelograme égal au triangle donné, & ayant vn angle égal au donné, comme il estoit requis, dont la demonstration est faite à la 42. p. 1.

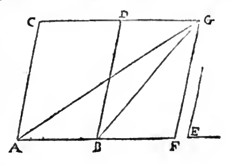
SCHOLIE.

Les costez du parallelograme F E, seront aussi trouuez par le moyen du compas de proportion: car estant pris la hauteur du triangle A B C, & le compas estant ouuert de l'angle donné D, s'il estoit aigu, ou du supplément s'il est obtus, d'où tombera ladite hauteur du triangle donné, ce sera l'extremité du costé F G, & quant à l'autre F C, c'est la moitié de la base A C.

PROBL. XIII.

Faire vn triangle égal à vn parallelogramme donné, & qui ait vn angle égal à vn angle donné.

Soit donné le parallelograme A D, & il conuient faire vn triangle égal à iceluy, ayant vn angle égal au donné E. Soient prolongées A B, tellement que B F soit égale à icelle A B, & C D tant qu'il sera de besoin, puis au poinct A, soit fait l'angle F A G égal



au donné E, tirant A G jusques à ce qu'elle rencontre C D prolongée, & estant joinct F G, le triangle A G F sera le requis : Car l'angle A est égal au donné E, & estant tirée B G, les triangles A G B, B G F, seront égaux par la 38. p. I. & partant le total A G F est double de A G B : mais par la 41. p. I. le parallelograme A D, est aussi double d'iceluy triangle A B G: donc le triangle A G F, & le parallelograme A D, sont aussi égaux entr'eux : ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Les costez du triangle seront aussi trouuez auec le compas de proportion, sçauoir est prenant la hauteur du parallelograme donné, & la portant sur ledit compas, iceluy estant ouuert de l'angle donné s'il est aigu, ou du supplément, s'il est obtus, & d'où tombera perpendiculairement ladite hauteur, ce sera l'vn des costez du triangle requis: le double de A B, sera le deuxiéme costé: & quant à l'autre, il sera aisément trouué.

PROBL. XIV.

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vn parallelogrãme égal à vn triangle donné, ayant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut descrire vn parallelograme ég. au triangle donné C, & qui ait vn angle égal au donné D. Soit fait le parallelograme E G, égal au triangle C, & ayant l'angle H E F égal au donné D; puis soient prolongés les costez F G, E H, jusques en I & K, tellement que G I, H K, soient esgales à la

ligne A B ; puis par les poincts I, H, soit menée, I H L rencõtrant F E prolongée en L: en apres d'iceluy poinct L, soit menée L M N égale & parallele à E H k, & soit prolongée G H, jusques en M : & finalement soit menée N k I; & le parallelograme M k, sera égal au triangle C, sera construit sur H k égale à A B, & aura l'angle M égal au donné D, comme il est demonstré en la 44. p. I.

SCHOLIE.

Il sera aussi aisé de trouuer le costé H M auec le compas de proportion: Car estans trouuez les deux costez du parallelograme E G, il ne faudra que trouuer la quatriéme proportionelle aux trois lignes A B, G H, H E.

PROBL. XV.

Sur vne ligne droicte donnée, construire vn triangle égal à vn parallelogramme donné, & qui ait vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut descrire vn triang. ég. au parallelograme donné D C E, & qui ait vn angle ég. à l'angle donné F. Soit prolongé C E jusques en G, tellement que C E & E G, soient égales, puis estant tirée D G, le triangle C D G sera ég. au parallelograme D E, en apres soit sur A B construit le parallelogrãme B H, égal au triangle C G D, ayant l'angle A égal à l'angle F; puis A H estant prolongé jusques en L, & fait H L égale à A H, soit tirée B L: & le triangle A B L, sera tel qu'il estoit requis. Car la 41. p. I.

ou

ou axiome 30. iceluy triangle A B I, est égal au parallelogramme B H, veu qu'ils sont entre mesme paralleles & que la base du triangle est double de la base du parallelogramme: mais iceluy parallelogramme B H, par la construction est égal au triangle C D G, & iceluy triangle C D G égal au parallelogramme D E, par le susdit 30. axiome: donc le triangle A B I, sera aussi égal à iceluy parallelogr. C E, & a l'angle A égal au donné F. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Estans bien entenduës les choses dites és Scholies precedents, il sera aisé de trouuer auec le compas de proportion, les costez du triangle A B I.

DEFFINITIONS.

Partie est vne grandeur plus petite tirée d'vne plus grande, lors que la plus petite mesure la plus grande.

Multiplice est vne grandeur plus grande qu'vne plus petite, quand la plus grande est mesurée de la plus petite.

Raison est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre, comparées l'vne à l'autre selon la quantité.

Les grandeurs sont dictes auoir raison l'vne à l'autre, lesquelles estans multipliées, se peuuent exceder l'vne l'autre.

Les grandeurs sont dictes estre en mesme raison, & la premiere estre à la deuxiéme, comme la troisiéme à la quatriéme, quand les equemultiplices de la premiere & troisiéme excedent, sont égales ou defaillent ensemble aux equemultiplices de la deuxiéme & quatriéme en quelque multiplication que ce soit.

Proportion est vne similitude de raisons.

Les grandeurs qui sont en mesme raison, sont appellées proportionelles.

PROBL. XVI.

Estans données deux lignes droictes, trouuer vne troisiesme proportionelle à icelles.

Soient données les lignes droictes A B & D, ausquelles il

D

faut trouuer vne troisiéme proportionelle: soit prolongée A B jusques en C, tellement que B C soit égale à D, puis soit tirée A E tant grande qu'il sera de besoin, & d'icelle soit prise A F, aussi égale à D, & apres auoir mené B F, du poinct C, soit menée C E parallele à B F, & la ligne F E sera la troisiéme proportionelle requise, dont la demonstration est faite à la 11. p. 6.

SCHOLIE.

Le mesme se fera aussi auec le compas de proportion en cette sorte. Soit pris auec le simple compas la premiere ligne A B, & soit transferée sur l'vne des iambes du compas de proportion, & trouuant qu'elle se termine au nombre 60, ie fais l'ouuerture d'icelluy nombre telle qu'est la deuxiéme ligne D, puis ie transfere icelle ligne D aussi sur la iambe dudit compas de proportion, & icelle se terminant au nombre 75, ie prend l'ouuerture d'iceluy nombre, laquelle me donne la troisiéme proportionelle requise.

PROBL. XVII.

Estans données trois lignes droictes, en trouuer vne quatriéme proportionelle à icelles.

Soient données les lignes droictes A C, C B, D: & il en faut trouuer vne quatriéme proportionelle à icelles: soient posées A C, B C directement, puis soit tirée A E, faisant angle auec A B & si longue qu'il sera de besoin, & d'icelle soit pris A F égale à D; & ayant conjoint C F, du poinct B, soit menée B G parallele à C F;

& F G sera la quatriéme ligne proportionelle requise, cōme il est demonstré en la 12. p. 6.

SCHOLIE.

Nous ferons aussi la mesme operation auec le compas de proportion, en cette maniere: Soit prise auec le simple compas la premiere ligne A C, & soit transferée sur l'vne des iambes du compas de proportion, & trouuant qu'elle se termine au nombre 60, nous ferons l'ouuerture d'iceluy nombre telle qu'est la seconde ligne B C, puis nous transporterons pareillement sur ladite iambe du compas de proportion la troisiéme ligne D, & trouuant qu'elle se termine au nombre 70, prenant l'ouuerture d'iceluy nombre, nous aurons F G proportionnelle requise.

Or estans donnés trois nombres, nous en trouuerons en la mesme maniere que dessus vn quatriéme propotionnel à iceux, & à quatre vn cinquiéme, & ainsi consequemment tant qu'on en voudra: Car estant mis le deuxiéme nombre à l'ouuerture du premier, l'ouuerture du troisiéme donnera le quatriéme proportionnel: & derechef si on prend l'ouuerture du quatriéme, on aura le cinquiéme, & ainsi consequemment.

AXIO. xxxj. demonstré en la 17. p. 6.

Si trois lignes sont proportionelles, le rectangle des extremes sera égal au quarré de la moyenne: & si le rectangle des extremes est égal au quarré de la moyenne, les trois lignes seront proportionnelles.

AXIO. xxxij. demonstré en la 6. p. 6.

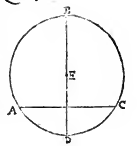
Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle des extremes sera égal au rectangle des moyennes: & si le rectangle des extremes est égal à celuy des moyennes, les quatre lignes sont proportionnelles.

PROBL. XVIII.

Trouuer le centre d'vn cercle donné.

Soit le cercle donné A C B, le centre duquel il faut trouuer.

Soit tirée la ligne droicte AC, & soit icelle couppée en deux égalemẽt, & à droicts angles par la ligne B D, laquelle si on couppe en deux également, on aura le centre au poinct d'intersection E, ainsi qu'il est demonstré en la 1. p. 3.



COROLLAIRE.

Il est manifeste que si en vn cercle, vne ligne droicte diuise également & à angles droicts vne autre ligne droicte, qu'en la ligne diuisante est le centre du cercle.

AXIO. xxxiij demonstré en la 3. p. 3.

Si dans le cercle quelque ligne droicte passe par le centre &, couppe en deux également vne autre ligne droicte ne passant point par le centre, elle la couppera à droicts angles: & si à droicts angles, aussi en deux également.

AXIO. xxxiiij. demonstré en la 4. p. 3.

Si dans le cercle deux lignes droictes ne passant point par le centre s'entrecouppent, elles ne se coupperont point l'vne l'autre en deux également.

AXIO. xxxv. demonstré en la 5. p. 3.

Si deux cercles se couppent l'vn l'autre, ils n'auront pas vn mesme centre.

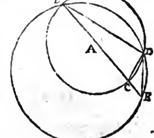
SCHOLIE.

Nous demonstrerons icy le Theoreme suiuant.

Si deux cercles se couppent mutuellement, & du poinct de la section, on mene vne ligne droicte par le centre de

l'vn des cercles, elle ne passera pas par le centre de l'autre cercle.

Soient les deux cercles BC & B D E s'entrecouppans en B & D, & le centre du cercle B C soit A, par lequel de l'intersection B soit menée la ligne B A C E, couppant le cercle BDE en E. Ie dis qu'icelle ligne ne passe point par le centre du cercle B D E: Car estans ioinctes les lignes B D, C D, E D, l'angle B D C est droict par la 31. p. 3. parquoy l'angle B D E ne sera droict, ains plus grand ou moindre qu'vn droict. Donc la ligne droicte B A C E n'est pas diametre du cercle B D E, & partant ne passe par le centre d'iceluy. Ce qu'il falloit demonstrer.

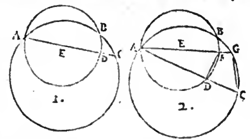


Nous demonstrerons encores ce Theoreme.

Si deux cercles s'entrecouppent, & du poinct de la section on mene vne ligne droicte couppant l'vn & l'autre cercle, les segmens d'iceux cercles ne seront semblables.

Or nous appellons semblables segmens de cercle, ceux desquels les angles sont égaux.

Soient donc les deux cercles A B C, A B D s'entrecouppans en A & B, & soit tirée de la section A, la ligne A D C couppant le cercle A B C, és poincts A & C, & le cercle A B D en A & D. Ie dis que les segmens A B C, A B D, ne sont point semblables: Car ou la lig. droicte ADC *passe par le centre de l'vn des cercles ou non. Qu'elle passe donc premierement par l'vn des centres E, qui est centre du cercle A B D, elle ne passera donc point par le centre de l'autre cercle A B C, par le precedent Theoreme: parquoy A D sera diametre du cercle A B D, mais A C ne sera diametre de l'autre cercle A B C, & partant les segmens A B D, A B C ne seront semblables.*



Secondement, que la ligne A D C ne passe point par le centre d'aucun d'iceux cercles. Soit tirée par E centre du cercle A B D, la ligne A E F G, couppant ledit cercle en F: donc A F sera diametre d'iceluy, & estans ioinctes D F & C G, l'angle A D F sera

droict par la 31 p. 3. mais d'autant que A G n'est diametre du cercle A B C, l'angle A C G ne sera pas droict: donc plus grand ou moindre que l'angle droict A D F, & partant les angles A F D, A G C és segmens de cercle A B D, A B C: seront inégaux, veu que l'angle A est commun aux deux triangles A F D, A G C: donc les segmens A B D, A B C, ne seront semblables: ce qu'il falloit demonstrer.

DEFF.

Les cercles sont dits se toucher l'vn l'autre, quand en se touchant ils ne se couppent point.

AXIO. xxxvj. demonstré en la 6. p. 3.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre, ils n'auront pas mesme centre.

AXIO. xxxvij. demonstré en la 7. p. 3.

Si au diametre du cercle se prend quelque poinct qui ne soit pas le centre, & d'iceluy poinct tombent quelques lignes droictes en la circonference, la plus grande sera celle en laquelle est le centre, & la plus petite est celle qui reste: mais des autres, tousiours la plus proche de celle qui est menee par le centre, est plus grande que la plus esloignee: & deux lignes droictes tant seulement venant d'iceluy poinct de part & d'autre du diametre sont esgales.

AXIO. xxxviij. demonstré en la 8. p. 3.

Si on prend quelque poinct hors le cercle, & d'iceluy soient menees quelques lignes droictes dans la circonference, desquelles l'vne passe par le centre, & les autres où l'on voudra, celle qui passe par le centre sera la plus grande de toutes celles qui serõt menees dans la circonf. concaue. Quant aux autres, tousiours la plus proche de celle qui passe par le centre est plus grande que la plus esloignee. Mais de celles qui passent par la circonference conuexe, la plus petite est celle qui est comprise entre le poinct & le diametre. Quant aux autres, la plus esloignee est plus grande que la plus proche de la plus petite, & n'y a que deux lignes droictes qui puissent tomber esgales de part & d'autre de la plus petite.

AXIO. xxxix. demonstré en la 9. p. 3.

Si on prend quelque poinct au cercle, & d'iceluy poinct vers la circonferẽce tombent plus de deux lignes droictes égales, le poinct pris est le centre du cercle.

AXIO. xxxx. demonstré en la 10. p. 3.

Vn cercle ne couppe pas vn autre cercle en plus de deux poincts.

AXIO. xxxxj. demonstré en la 11. p. 3.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dedans, la ligne droicte menée par les deux centres passera par l'attouchement des cercles.

AXIO. xxxxij. demonstré en la 12. p. 3.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dehors, la ligne menée d'vn centre à l'autre, passera par l'attouchement.

AXIO. xxxxiij. demonstré en la 13. p. 3.

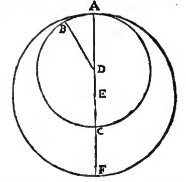
Vn cercle ne touche pas vn autre cercle à plus d'vn poinct, tant dehors que dedans.

SCHOLIE.

Nous demonstrerons icy apres Clauius, le suiuant Theoreme.

Si on prend au demy diametre d'vn cercle prolongé vn poinct par delà le centre, & d'iceluy poinct comme centre, on descrit vn cercle par le poinct extreme du semidiametre, il touchera le premier cercle au susdit poinct extreme du demy diametre, & tombera tout dehors le mesme premier cercle.

Soit le cercle ABC, le centre duquel est D, & au demy diametre AD prolongé, soit pris le poinct E, duquel & de l'interualle EA, soit descrit le cercle AF. Ie dis qu'iceluy cercle AF touche le cercle ABC au seul poinct A. Or le poinct E est dedans, ou dehors le cercle ABC. S'il est dedans, d'autant que AE est plus grand que AD, c'est à dire que DC, & à plus forte raison que EC, pareillement EF, qui est égale à AE, est plus grande que EC: & partant le poinct F sera hors le cercle ABC, & le cercle AF hors le mesme cercle ABC. Que si on prend le poinct E hors le cercle ABC, il est euident que le poinct F sera encores hors le mesme cercle ABC, & tout le cercle AF sera hors le cercle ABC, & le touchera au seul poinct A: autrement qu'il le



touche ou couppe s'il est possible en vn autre poinct B, & soit tirée la ligne DB. Donc puis qu'au diametre du cercle AF est pris le poinct D, hors le centre E; DA sera la plus petite de toutes les lignes droictes tombant de D à la circonference par la 7. p. 3. ou Axiome 37. donc DA est moindre que DB: ce qui est absurde. Car DA, DB sont égales, veu qu'elles tombent du centre D à la circonference d'vn mesme cercle ABC. Donc le cercle AF ne touche ny couppe le cercle ABC en autre poinct que A, ce qu'il falloit demonstrer.

Que si au demy diametre non prolongé, on prend vn poinct hors le centre, le cercle descrit d'iceluy poinct comme centre, par le poinct extreme du semidiametre touchera aussi le premier cercle au susdit poinct extreme, & tombera tout dedans le mesme premier cercle: comme si au semidia. AE du cercle AF, on prend le poinct D, & d'iceluy on descrit de l'interu. DA le cercle ABC, iceluy tombera tout dedans celuy là, & le touchera au seul poinct A: car puis qu'il a esté demonstré cy dessus, que tout le cercle AF tombe hors le cercle ABC, pareillement tout céluy-cy tombe dedans celuy là; tellement qu'ils se touchent mutuellement au seul poinct A.

DEFF.

Les lignes droictes sont dictes estre également distantes du centre, lors que les perpendiculaires tirées du centre sur icelles sont égales, mais celle est plus esloignée du centre sur laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

AXIOME xxxxiij. demonstré en la 14. p. 3.

Dans vn cercle, les lignes droictes égales sont également distantes du centre: & les également distantes du centre, sont égales entr'elles.

AXIO.

AXIO. xxxxv. demonstré en la 15. p. 3.

Dans le cercle, la plus grande ligne est le diametre : quant aux autres, tousiours la plus proche du centre est plus grande que la plus esloignée.

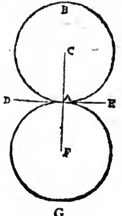
AXIO. xxxxvj. Demonstré en la 16. p. 3.

Si à l'extremité du diametre d'vn cercle on léve vne ligne perpendiculaire, icelle tombera dehors le cercle, & entre icelle perpendiculaire & la circonference ne tombera pas vne autre ligne droicte : & l'angle du demy cercle est plus grand que tout angle rectiligne aigu, & celuy qui reste plus petit.

COROLLAIRE.

Il est manifeste par cecy, qu'vne ligne droicte tirée perpendiculairement sur l'extremité du diametre du cercle touche iceluy cercle.

Parquoy estant requis de tirer vne ligne droicte par le poinct A en la circonference du cercle A B, qui touche le cercle en A, nous tirerons de A au centre C la ligne droicte A C, & tirerons perpendiculairement à icelle la ligne D A E, & icelle touchera le cercle A B en A, cõme il a esté demonstré en la proposition.



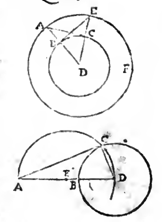
Il est aussi manifeste que deux cercles ayans leurs deux centres en vne ligne droicte, & descris par vn mesme poinct, se touchent mutuellement en dehors : Car les cercles A B & A G ayans leurs centres C & F en la lig. droicte C A F, & descris tous deux par le poinct A, tirant perpendiculairement par le poinct A, la ligne D A E, elle touchera le cercle A B en A, & aussi le cercle A G au mesme poinct A, extremité de l'vn & l'autre diametre d'iceux cercles : donc iceux cercles se touchent mutuellement en A.

PROBL. XIX.

D'vn poinct donné mener vne ligne droicte qui touche vn cercle donné.

Soit donné le poinct A hors du cercle B C le centre du-

quel est D, & il faut mener de A vne ligne droicte qui touche iceluy cercle donné. Soit tirée A D couppant le cercle donné en B, puis du centre D & interualle D A, soit descrit le cercle A E F, & de B soit tirée perpendiculairement B E sur A D, & estant tirée E D couppant le cercle B C en C, soit menée A C, laquelle sera la ligne requise. Comme il est demonstré en la 17. p. 3.



AVTREMENT.

Ayant mené la ligne AD, soit couppé icelle en deux esgalement en E, & de E comme centre, & de l'interualle E A ou E D, soit descrit le demy cercle A C D, couppant le cercle donné en C, & à iceluy estant mené de A la ligne A C, elle touchera le cercle B C en C: car. estant tirée C D, l'angle A C D au demy cercle est droict par la 31. p. 3. ou Axiome 1. & parât par le Corollaire de la 16. p. 3. ou Axiome 46. la lig. A C touchera le cercle B C en C. Ce qu'il falloit faire.

AXIO. xxxxvij. Demonstré en la 18. p. 3.

Si vne ligne droicte touche vn cercle, & du centre à l'attouchement, on mene vne ligne droicte, elle sera perpendiculaire à la touchante.

AXIO. xxxxviij. demonstré en la 19. p. 3.

Si vne ligne droicte touche vn cercle, & au poinct de l'attouche-

ment est levée vne perpendiculaire, icelle passera le centre du cerc.

AXIO. xxxix. demonstré en la 20. p. 3.

Dans le cercle, l'angle du centre est double de l'angle de la circonference, quant iceux angles ont vne mesme circonference pour base.

AXIO. L. demonstré en la 21. p. 3.

Dans le cercle, les angles qui s'appuyent sur vne mesme section sont égaux entr'eux.

AXIO. LI. demonstré en la 22. p. 3.

Les figures de quatre costez inscrites au cercle, ont les angles opposez égaux à deux angles droicts.

AXIO. LII. demonstré en la 23. p. 3.

Deux sections de cercles semblables, & inégales ne se mettront pas dessus vne mesme ligne droicte, & de mesme part.

AXIO. LIII. demonstré en la 24. p. 3.

Semblables sections de cercles estans constituées sur lignes droictes égales, sont égales entr'elles.

PROBLEME XX.

La section d'vn cercle estant donnée, descrire le cercle duquel elle est section.

Soit donnée la section de cercle A B C, de laquelle il faut trouuer le centre pour acheuer le cercle d'icelle section. Soient pris en icelle section les trois poincts A, B,

C, & dés deux poincts A & B, ſoient, faits les deux arcs s'entrecouppans és poincts D, F, & par icelles interſections, ſoit menée la ligne droicte D E, puis des poincts B & C, ſoient auſſi faits deux autres arcs qui s'entrecouppẽt aux poincts G, & H, & par iceux poincts menée la ligne droicte G H, qui couppera D E en E, & iceluy poinct ſera le centre du cercle requis, comme il eſt demonſtré en la 25. p. 3.

COROLL.

Par cecy il eſt euident comme ſe doit deſcrire la circonference d'vn cercle paſſant par trois poincts donnez, qui ne ſoient en ligne droicte.

D E F F.

Cercles égaux, ſont ceux deſquels les diametres ſont égaux, ou deſquels les lignes menées du centre à la circonference ſont égales.

AXIO. LIV. demonſtré en la 26. p.3.

Dedans cercles égaux, les angles égaux tant aux centres qu'aux circonferences, ont pour baſes circonferences égales.

AXIO. LV. demonſtré en la 27. p.3.

Dedans cercles égaux, les angles ſont égaux qui ont pour baſes circonferences égales, ſoit au centre ou en la circonference.

AXIO. LVI. demonſtré en la 28. p. 3.

Dedans cercles égaux, les lignes droictes égales couppent circonferences égales, ſçauoir la plus grande, à la plus grande, & la plus petite, à la plus petite.

AXIO. LVII. demonstré en la 29. p. 3.

Dedans cercles égaux, les circonferences égales comprennent lignes droictes égales.

DEFF.

Secteur de cercle est une figure de deux lignes droictes embrassant quelque circonference, & faisant angle au centre du cercle.

AXIO. LVIII. demonstré en la 33. p. 6.

Aux cercles égaux, les angles tant au centre qu'en la circonference sont entr'eux comme les circonferences qui les soustiennent: les secteurs sont aussi de mesme.

COROLL.

De cecy il s'ensuit, que le secteur est au secteur comme l'angle est à l'ang. Et aussi que comme l'angle du centre est à quatre angles droicts, ainsi est l'arc subtendant iceluy angle à toute la circõference. Et au contraire, comme quatre angles droicts sont à l'angle du centre, ainsi est toute la circonference à l'arc subtendant iceluy angle du centre.

PROBL. XXI.

Coupper vne partie de circonference en deux également.

Soit donné l'arc A E B, qu'il faut coupper en deux également: des deux poincts A & B, soient descris deux arcs de cercles s'entrecouppans aux poincts D, C, & par icelles interfections soit menée la ligne droicte C D, laquelle couppera l'arc donné en deux également au poinct E, dont la demonstration est faicte en la trentiéme proposition du 3.

AXIO. *LIX. demonstré en la 32. p. 3.*

Si quelque ligne droicte touche le cercle, & de l'attouchement on mene quelque ligne droicte couppant le cercle, les angles qu'elle fait à la touchante, sont égaux à ceux qui sont alternatiuement aux sections du cercle.

PROBL. XXII.

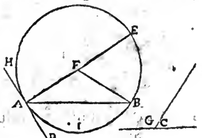
D'vn cercle donné, oster vne section capable d'vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit le cercle donné A B C, duquel il faut coupper vne section capable d'vn angle égal au donné D: soit menée la ligne droicte EF touchant le cercle donné en A, & à iceluy poinct soit fait l'angle F A C égal à l'angle donné D, & la section A B C sera capable d'vn angle égal au donné D. Comme il est demonstré en la 34. p. 3.

PROBL. XXIII.

Sur vne ligne droicte donnée, descrire la section d'vn cercle capable d'vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut descrire vne section de cercle capable d'vn angle égal à l'angle donné C. Sur la ligne donnée & au poinct A, soit fait l'angle B A D égal au donné C, & du mesme poinct A, soit levée perpen-



diculairement A E, puis au poinct B, soit fait l'angle A B F égal à l'angle E A B, & F sera le centre, duquel & de l'interu. F A, si on descrit la section A E B sur la ligne A B, icelle sera capable de l'angle donné C, comme il est dem. en la 33. p. 3.

Que si l'angle donné eust esté obtus comme G, il eust fallu construire l'angle B A H égal à iceluy, & chercher le centre F comme dessus, duquel & de l'interualle F A, si on descrit la section A I B, elle sera capable de l'angle G.

Que si l'angle donné estoit droict, ne faudroit que descrire vn demy cercle sur la ligne donnée.

SCHOLIE.

Que si l'angle estoit donné par nombre, il seroit facile de trouuer le demy diametre A F, auec le compas de proportion, comme est dit au quatriéme Corollaire du vingt & vniéme Axiome, & par consequent le centre F pour descrire le cercle A F B. *Car alors les trois angles du triangle A F B seroient cogneus, & la base* A B *donnée.*

AXIO. LX. *demonstré en la* 35. *p.* 3.

Si dans vn cercle, deux lignes droictes s'entrecouppent, le rectangle des deux pieces de l'vne, est égal au rectangle des deux pieces de l'autre.

AXIO. LXI. *demonstré en la* 36. *p.* 3.

Si dehors le cercle on prend quelque poinct, & d'iceluy vers le cercle tombent deux lignes droictes, l'vne desquelles couppe le cercle, & l'autre le touche, le rectangle de toute la couppante & de la partie prise dehors entre le poinct & la circonference conuexe, est égal au quarré de la touchante.

COROLL. I.

Il est manifeste, que si de quelque poinct pris hors le cercle, on mene plusieurs lignes droictes couppans le cercle, les rectangles compris sous toutes les lignes & les parties exterieures, sont égaux entr'eux.

II.

Il est aussi euident que deux lignes droictes tirées d'vn mesme poinct, lesquelles touchent vn cercle, sont égales entr'elles.

III.

Pareillement il appert que d'vn mesme poinct pris hors le cercle, on peut seulement mener deux lignes droictes qui touchent le cercle.

IIII.

Finalement est manifeste que si de quelque poinct tombent en la circonference conuexe deux lignes droictes égales, & l'vne d'icelles touche le cercle, pareillement l'autre le touchera.

AXIO. LXII. *demonstré en la 37. p. 3.*

Si dehors le cercle on prend quelque poinct, & d'iceluy poinct tombent deux lignes droictes vers iceluy cercle, l'vne desquelles couppe le cercle, & l'autre tombe aupres; si le rectangle de toute la couppante & de la partie prise entre le poinct & la circonference conuexe, est égal au quarré de celle qui tombe aupres; icelle tombante touchera le cercle.

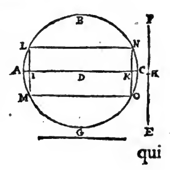
DEFF.

Vne ligne droicte se dit estre accommodée au cercle, quant les extremitez d'icelle sont en la circonference.

PROBL. XXIV.

En vn cercle donné, accommoder vne ligne droicte égale à vne ligne droicte donnée, qui ne soit pas plus grande que le diametre du cercle, & parallele à vne autre ligne droicte donnée.

Soit le cercle donné A B C, le centre duquel est D, auquel il faut accómoder vne ligne droicte égale à la ligne droicte donnée E F, qui n'est pas plus grande que le diametre du cercle, &



qui

qui soit parallele à la ligne droicte G. Soit tiré par le centre D le diametre A D C parallel à G. Que si E F est égale au diametre A C, sera fait ce qui estoit requis: mais si elle n'est égale à iceluy diametre, soit icelle couppée en deux également en H, & soit couppée D I égale à EH, & D K égale à H F, afin que la toute I K soit égale à la toute E F, & par I & K soient tirées à angles droicts L M, NO, & soit joint M O: & icelle M O sera égale à E F, & parallele à G. Car puis que L M, N O sont également distantes du centre, elles seront égales entr'elles par la 14. p. 3. ou Axiome 44. & par la 3. p. 3. ou Axiome 33. elles seront diuisées en deux également en I & K, estans couppées à angles droicts par le diametre A C, & partant I M, K O sont égales: & pource qu'elles sont aussi paralleles par la 28. p. 1. ou Axiome 5, pareillement I K, M O seront égales & paralleles par la 33. p. 1. ou Axiome 22. parquoy veu que I K est égale à E F, & parallele à G, aussi M O sera égale à icelle E F, & parallele à G par la 30. p. 1. ou Axiome 7. Par mesme raison si on tire L N, elle sera égale à E F & parallele à G. Ce qu'il falloit faire.

DEFF.

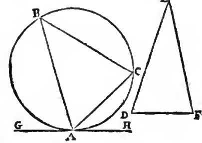
Vne figure rectiligne se dit estre inscrite au cercle, quand vn chacun angle de la figure inscrite touche la circonference du cerle.

PROBL. XXV.

Dans vn cercle donné, inscrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit le cercle donné A B C, dans lequel il faut faire vn

triangle equiangle au triangle donné D E F. Soit meneé la ligne G H touchant le cercle au poinct A, auquel poinct soient faits les deux angles G A B égal à D, & H A C égal à F, puis soit menée la ligne B C: & le triangle A B C descrit dans le cercle sera equiangle au triangle donné D E F, comme il est demonstré en la 2. p. 4.



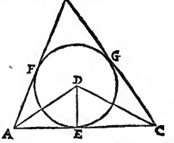
D E F F.

Le cercle se dit estre inscrit en vne figure rectiligne, quand la circonference du cercle touche vn chacun costé de la figure en laquelle il est inscrit.

P R O B L. XXVI.

Dans vn triangle donné, inscrire vn cercle.

Soit le triangle donné ABC, dans lequel il faut inscrire vn cercle. Soient couppés en deux également les angles A & C par les lignes A D, C D s'entrecouppans en D, & d'iceluy poinct D soit menée D E perpendiculaire à A C, puis du mesme poinct D & interualle D E, soit descrit le cercle E F G, lequel touchera les trois costez du triangle donné, & partant sera le cercle requis, dont la demonstration est faite en la 4. proposition du 4.



SCHOLIE.

En la mesme maniere on descrira vn cercle qui touchera trois lignes droictes données non paralleles, d'autant que si elles ne se touchent, elles le feront estans continuées, & partant formeront vn triangle.

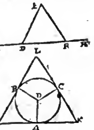
DEFF.

Vne figure rectiligne se dit estre descrite à l'entour d'vn cercle, quand vn chacun des costez d'icelle touche la circonference du cercle.

PROBL. XXVII.

A l'entour d'vn cercle donné, descrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit le triangle donné D E F, & le cercle A B C, le centre duquel est D, & il faut descrire à l'entour d'iceluy cercle vn triangle equiangle au donné. Soit prolongé D F l'vn des costez du triangle donné de part & d'autre, jusques en G, H, & du centre D soit menée A D, sur laquelle & au poinct D soient construits les deux angles A D B égal à l'angle E D G, & A D C égal à l'angle E F H, puis soient menées les trois lignes I K, K L, L I perpendiculairement aux trois A D, C D, B D, lesquelles se rencontreront aux trois poincts I, K, L, & feront vn triãgle à l'entour du cercle dõné, equiangle au triangle donné D E F, comme il est demonstré en la 3. proposition du 4.



PROBL. XXVIII.

A l'entour d'vn triangle donné, descrire vn cercle.

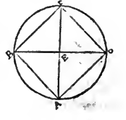
Soit le triangle donné A B C, à l'entour duquel il faut

descrire vn cercle. Soiét couppez en deux égalem. les deux costez AB, AC, & à angles droicts, par les lignes DF, FE se rencontrans au poinct F, & d'iceluy poinct comme centre, & de l'interuale FA, soit descrit le cercle ABC, & iceluy sera le cercle requis, comme il est demonstré en la 5. p. 4.

PROBL. XXIX.

Dans vn cercle donné descrire vn quarré.

Soit donné le cercle ABCD, dans lequel il faut descrire vn quarré. Soient menées les diametres AC, & BD se couppans au centre E à angles droicts, puis soient menées les quatre lignes droictes AB, BC, CD, DA, lesquels feront le quarré requis, comme il est demonstré en la sixiéme proposition du 4.



SCHOLIE.

Il est euident qu'estant donné le diametre du cercle, ou bien le demy diametre. Il est aisé de trouuer auec le compas de proportion le costé du quarré inscrit au cercle, veu que le quarré du diametre AC est double du quarré de AB, & iceluy double du quarré du demy diametre AE.

PROBL. XXX.

A l'entour d'vn cercle donné, descrire vn quarré.

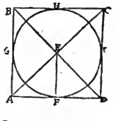
Soit le cercle donné FGSI, à l'entour duquel il faut

descrire vn quarré. Soient menés les deux diametres F S, & G I se couppans au centre E à angles droicts, & par les deux poincts G & I, soient menées les deux lignes B G C, A I D paralleles au diametre F S: & pareillement par les deux poincts F & S, soient menées les deux lignes A F B, C S D paralleles au diametre G I, & icelles quatre lignes paralleles, se rencontrans és poincts A, B, C, D, font le quarré requis, comme il est demonstré en la 7. p. 4.

PROBL. XXXI.

Dans vn quarré donné, descrire vn cercle.

Soit le quarré donné A B C D, dans lequel il faut descrire vn cercle: soient tirées les diagonales A C & B D, s'entrecouppans en E, & d'iceluy poinct E, soit menée E F perpendiculairement à A B, puis du centre E & interualle E F, soit descrit le cercle F G H I, lequel sera inscrit au quarré donné, comme il est demonstré en la 8. proposition du 4.



SCHOLIE.

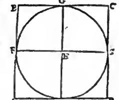
D'autant que le demy diametre E F est égal à la moitié du costé du quarré donné, iceluy demy diametre E F sera aisément trouué auec le compas de proportion, & aussi le centre E, attendu que le quarré de B E, est moitié du quarré du costé A B.

PROBL. XXXII.

A l'entour d'vn quarré, descrire vn cercle.

Soit le quarré donné A B C D, à l'entour duquel il faut

descrire vn cercle. Soient menées les deux diagonales AC, BD, se couppans en E, duquel poinct & interualle EA, soit descrit le cercle ABCD, qui sera le requis, comme il est demonstré en la neufiéme proposition du 4. d'Euclide.



SCHOLIE.

Veu que le quarré donné est double du quarré du demy diametre AE, on trouuera aussi aisément auec le compas de proportion le centre. E.

AXIO. LXIV. *demonstré en la 47. p. 1.*

Au triangle rectangle, le quarré du costé qui soustient l'angle droict est égal aux deux quarrés des deux autres costez.

COROLL.

Il est donc manifeste que si deux costez d'vn triangle rectangle sont cogneus, que l'autre le sera aussi fort aisément: Car si les deux costez donnez sont ceux comprenant l'angle droict, quarrant chacun d'iceux, puis adioustant les deux quarrez ensemble, la racine quarrée du produict sera le costé opposé à l'angle droict: mais si ledit costé opposé à l'angle droict est l'vn des donnés, alors il faudra quarrer chacun d'iceux; puis du plus grand nombre en soustraire le moindre, & la racine quarrée du reste sera le contenu de l'autre costé du triangle.

AXIO. LXV. *demonstré en la 48. p. 1.*

Si le quarré de l'vn des costez d'vn triangle est égal aux quarrez des deux autres costez, le triangle sera rectangle.

SCHOLIE.

Or nous descrirons icy deux manieres par lesquelles nous pourrons descrire vn triangle rectangle ayant les costez commensurables, en nombre de parties égales, sans fraction, dont la premiere maniere qui ensuit, est attribuée à Pithagore. Soit pris pour le moindre costé vn

nombre de parties nõpair, & iceluy nombre estant quarré, soit osté l'vnité de sondit quarré, & la moitié du reste d'iceluy quarré, sera le moyen nombre, auquel adioustant l'vnité prouiendra le plus grand nombre: comme pour exemple, prenãt 3 pour le nombre des parties du moindre costé, son quarré est 9, duquel ostans l'vnité restent 8, dont la moitié est 4, pour le nombre des parties du moyen costé, mais adioustant à iceluy l'vnité, viendront 5, pour le nombre des parties du plus grand costé.

La deuxiéme maniere qui est attribuée à Platon ensuit. Soit pris vn nombre pair, & du quarré de la moitié d'iceluy soit osté l'vnité, & nous aurons l'vn des deux autres nombres: mais adioustant ladite vnité, nous aurõs le troisiéme nombre: comme pour exemple, prenant 4, pour l'vn des nombres, le quarré de la moitié d'iceluy est 4, dont l'vnité estant ostée, resté 3 pour l'vn des deux autres nombres: mais adioustant ladite vnité à iceluy quarré, nous aurons 5 pour le troisiéme nombre.

Or nous mettrons encores icy la maniere de diuiser vn nombre quarré en tant de nombres quarrez qu'on voudra, & pour ce faire, posons que nous voulions partir 36, nombre quarré en 5 quarrez. Premierement donc nous trouuerons comme est enseigné cy dessus trois nombres quarrez, dont l'vn soit égal aux deux autres, que nous posons estre 5, 4, 3. Maintenant nous dirons si 5 donnent 4, que donneront 6, qui est la racine de 36, nombre quarré proposé. Item si 5 donnent 3, que donneront 6; & seront trouuez 4 $\frac{4}{5}$ & 3 $\frac{3}{5}$ pour les racines des deux quarrez égaux au quarré 36 dõné. Derechef soit fait cõme 5 est à 4, & à 3, ainsi 3 $\frac{3}{5}$ à vn autre, & seront trouuez 2 $\frac{22}{25}$ & 2 $\frac{4}{25}$ racines de deux nombres quarrez égaux au nombre quarré de 3 $\frac{3}{5}$, & partant nous auons déja trois nombres, desquels les quarrez sont égaux au nombre quarré donné: & iceux nombres sont 4 $\frac{4}{5}$, 2 $\frac{22}{25}$ & 2 $\frac{4}{25}$: si derechef nous faisons, que comme 5 est à 4 & à 3, ainsi 2 $\frac{4}{25}$ à vn autre, seront trouuez deux autres nombres 1 $\frac{91}{125}$ & 1 $\frac{37}{125}$: parquoy delaissant 2 $\frac{4}{25}$ auquel sont égaux les deux derniers trouués: nous auons quatre racines 4 $\frac{4}{5}$, 2 $\frac{22}{25}$, 1 $\frac{91}{125}$ & 1 $\frac{37}{125}$ desquels les nombres quarrez sont égaux au quarré 36 proposé: & finalement si on fait derechef comme 5 est à 4 & à 3, ainsi 1 $\frac{37}{125}$ à vn autre, seront trouuées deux autres racines 1 $\frac{13}{625}$ & $\frac{486}{625}$: parquoy delaissant 1 $\frac{37}{125}$ au lieu de laquelle nous auons trouué les deux dernieres racines, nous aurons trouué cinq racines, 4 $\frac{4}{5}$, 2 $\frac{22}{25}$, 1 $\frac{91}{125}$, 1 $\frac{13}{625}$ & $\frac{486}{625}$, les nombres quarrez desquels sçauoir est, 23 $\frac{1}{25}$, 8 $\frac{184}{625}$, 2 $\frac{15404}{15625}$, 1 $\frac{19279}{390625}$ & $\frac{236196}{390625}$ seront ensemble le nombre quarré prop. 36. & en cette maniere pourront estre trouuez d'auantage de quarrez égaux au nombre 36, si on fait comme 5 est à 4 & à 3, ainsi la derniere racine trouuée $\frac{486}{625}$, qui est la moindre, à vne autre, &c.

AXIO. LXVI. demonstré en la 12. p. 2.

Aux triangles ambligones, le quarré du costé qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les quarrez des deux autres costez de la quantité de deux fois le rectangle, compris du costé contenant l'angle obtus, sçauoir celuy sur lequel estant prolongé, tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

COROLLAIRE.

Il est donc manifeste que les deux costez comprenant l'angle obtus d'vn triangle ambligone estans cogneus, ensemble la ligne prise dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus, que l'autre costé du triangle sera aussi cogneu, & encores la perpendiculaire. Car quartant chacun costé donné, & adioustant les deux quarrez auec deux fois le produit du costé sur lequel tombe la perpendiculaire, multiplié par la ligne d'entre ladite perpendiculaire & l'angle obtus, viendra le costé opposé à l'angle obtus: & si on quarre la ligne prise dehors entre l'angle obtus & la perpendiculaire, & aussi le costé de l'extremité duquel tombe ladite perpendiculaire, & on oste le moindre quarré du plus grand, restera vn nombre duquel la racine quarrée sera ladite perpendiculaire.

Que si le costé opposé à l'angle obtus, & le costé sur lequel tombe la perpendiculaire, ensemble la ligne prise entre icelle perpendicul. & l'angle obtus estoient cogneus, il est euident par ce que dit est cy dessus, que l'autre costé du triangle, & aussi la perpendiculaire seront pareillement cogneus.

Que si le costé opposé à l'angle obtus, & le costé de l'extremité duquel tombe la perpendiculaire sont cogneus, & aussi ladite ligne d'entre ladite perpendiculaire & l'angle obtus; la perpendiculaire & le troisiéme costé du triangle seront pareillement cogneus. Car premierement nous cognoistrons la perpendiculaire, puis apres ledit troisiéme costé, comme dit est au Corrolaire de la 47. p. 1. ou Axiome 64.

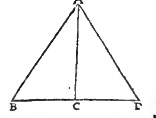
Et finalement il appert encores qu'estans cogneus deux costez, quels qu'ils soient dudit triangle ambligone, & la perpendiculaire; l'autre costé, & la ligne d'entre la perpendiculaire & l'angle obtus, seront pareillement cogneus.

SCHOLIE.

Nous domonstrerons icy ce Theoreme.

Si le quarré du costé d'vn triangle est plus grand que les quarrez des deux autres costez, l'angle opposé à iceluy costé sera obtus.

Soit le triangle A B C, dont le quarré du costé A B est plus grand que les quarrez des deux autres costez A C, C B. Ie dis que l'angle A C B opposé au costé A B est obtus. Car soit tiré de C perpendiculairement à AC, la ligne CD égale à B C, & soit ioinct AD; donc puis que par la 47. proposition 1. ou Axiome 64. le quarré de A D est égal aux quarrez de AC, CD: c'est à dire de A C, B C, & le quarré de A B a esté posé plus grãd que les quar. de AC, CB, le quarré de A D sera moindre que le quarré de A B, & partant la ligne A D moindre que la ligne A B. Parquoy puis que les costez B C, A C du triangle A B C sont égaux aux costez CD, AC,



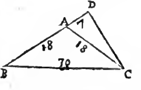
du

du triangle ACD, vn chacun au sien, & la base A B, plus grande que la base A D, par la 25.p.1. ou Axiome 13. l'angle A C B sera plus grand que l'angle A C D, mais iceluy A C D est droit : donc A C B est plus grand qu'vn droit, & partant obtus. Ce qu'il falloit demonstrer.

Or nous mettrons icy certaines regles, par lesquelles nous pourrons construire vn triangle ambligone, ayant les costez commensurables, & aussi la ligne d'entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

REGLE PREMIERE.

Pour construire vn triangle ambligone Isoscelle ayant les costez & la ligne prise dehors, entre la perpendiculaire & l'angle obtus commensurables. Soit fait le segment exterieur d'autant de parties égales que le nombre d'icelles parties, se puisse diuiser par 7, comme de 7, ou 14, ou 21, ou 28, ou 35, &c. puis apres soit posé pour l'vn & l'autre costé égal, le double d'iceluy segment, & outre ce $\frac{4}{7}$ d'iceluy, mais pour le plus grand costé, le quadruple & $\frac{2}{7}$ dudit segment exterieur: comme au triangle A B C, où le segment A D est posé de 7, & l'vn & l'autre des costez A B, A C de 18, qui est double & $\frac{4}{7}$ de 7: mais le plus grand costé B C de 30, parties, qui est quadruple & $\frac{2}{7}$ de 7. Or que ce triangle A B C composé comme dessus soit ambligone, il est euident : Car le quarré du costé B C est 900, auquel est égale la somme des quarrez des costez A B, A C, & deux fois le rectangle de A B, A D, c'est à dire à la somme de ces quatre nombres, 324, 324, 126, 126: donc le quarré de A B, ensemble celuy de A C, sont moindres que le quarré de B C, & partant par le precedent Theoreme, l'angle B A C est obtus: donc le triangle A B C, duquel les costez & la ligne exterieur A D sont commensurables, est ambligone. Ce qu'il falloit demonstrer.



Que si on multiplie chacun nombre de ce triangle par quelconque nombre, prouiendront les nombres d'vn autre triangle proportionnel à cestuy-cy.

Nous constituerons pareillement vn triangle comme dessus, posant le segment A D de quelconques parties qui ne se puissent diuiser premieremẽt par 7, mais alors les costez seront nombres entiers auec fractions.

REGLE II.

Pour construire vn triangle ambligone scalene, duquel les costez & la ligne prise dehors entre la perpendiculaire tombant sur le moindre costé prolongé, & l'angle obtus, soient commensurables. Soit posé le segment exterieur d'autãt de parties qu'on voudra qui se puissent nombrer par 5, com-

me 5,10,15,20,&c, & adioustāt à icelles parties $\frac{3}{5}$ d'icelles, on aura le moindre costé, & le double d'iceluy donnera le moyen costé, mais le quadruple du segment exterieur sera le plus grand costé. Comme si nous posons que le segment exterieur soit de 10 parties egales, adioustant à icelles les $\frac{3}{5}$, viendront 16 pour le moindre costé du triangle, & doublant 16, nous aurons 32 pour le moyen costé ; & finablement quadruplant 10 du segment exterieur, nous aurons 40 pour le plus grand.

REGLE III.

Pour construire vn triangle ambligone scalene, duquel les costez & le segment exterieur du moyen costé prolongé iusques à la rencontre de la perpendiculaire tombant sur iceluy costé soient commensurables. Soit pris encores ledit segment exterieur d'autant de parties egales qu'on voudra qui se puissent nombrer par 5, & adioustant au triple d'icelles $\frac{1}{5}$, sera donné le moindre costé, le double duquel donnera le moyen costé, mais multipliant ledit segment par 8, nous aurons le plus grand costé : comme si nous posons 5 pour le segment exterieur, & adioustons $\frac{1}{5}$ au triple d'iceluy segment, nous aurons 16 pour le moindre costé, & doublant iceluy costé, viendront 32 pour le moyen costé: & finablement multipliant ledit segment par 8, nous aurons 40 parties pour le plus grand costé du triangle.

AXIO. LXVII demonstré en la 13. p. 2.

Aux triangles oxigones, le quarré du costé qui soustient l'angle aigu est plus petit que les quarrez des deux autres costez de deux fois le rectâgle, de l'vn des costez qui font l'angle aigu, sçauoir celuy sur lequel tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise au dedans entre la perpendiculaire & l'angle aigu.

COROLLAIRE.

Il est donc manifeste par cecy, que si vn costé d'vn triangle oxigone est cogneu, & aussi les segmens de la base faicts par la perpendiculaire, que l'autre costé sera semblablement cogneu, & aussi la perpendiculaire.

Or nous mettrons icy la maniere de construire vn triangle oxigone, ayant les costez & les segmens de la base commensurables en nombre entier, afin de pouuoir par le moyen des nombres faire paroir la verité de cet axiome, & d'autāt que les triangles oxigones sont diuers, & la perpendiculaire peut tomber sur diuers costez, nous descrirons certaines regles, par le moyen desquelles nous paruiendrons à ce que nous auons souuent proposé.

REGLE. I.

Or d'autant qu'au triangle équilateral, & à l'isoscelle, la perpendiculaire tombant de l'angle compris des deux costez egaux, fait les segmens de la base egaux. il ne sera difficile de construire tel triangle, ayant les costez & les segmens commensurables en nombre entier. Mais quand le triangle est requis isoscelle, & que la perpendiculaire tombe sur l'vn des costez egaux, & que la base du triangle soit plus grande que chacun d'iceux costez egaux, il faut poser le moindre segment d'autant de parties qu'on voudra; & icelles estans multipliees par 8, produiront le plus grand segment; mais si elles sont multipliees par 12, sera produit la base; & les deux segmens estans adioustez, on aura l'vne & l'autre des iambes: ce qu'on aura aussi multipliant le moindre segment par 9.

REGLE II.

Que s'il est requis que le triangle soit isoscelle, ayant la base moindre que chacune iambe, & que sur l'vne d icelle tombe la perpendiculaire, il faudra poser le moindre segment d'autant de parties qu'on voudra en nombre pair, & multipliant la $\frac{1}{2}$ d'iceluy nombre par 7, on aura le plus grand segment; mais multipliant ledit moindre segment par 3, on aura la base; & finalement la somme des deux segmens sera chacune des iambes, qu'on aura aussi multipliant la $\frac{1}{2}$ du moindre segment par 9.

REGLE III.

Que s'il est requis que le triangle soit scalene, & la perpendiculaire tombe sur le moindre costé, il faudra poser le moindre segment d'vn nombre de parties qui se nombre par 70, ou 140, ou 210, &c. & adioustant à icelles parties $\frac{29}{70}$, on aura le plus grand segment, & la somme de ces deux segmens sera le moindre costé; mais si les parties du moindre segment sont doublees, & au produit on adiouste $\frac{42}{70}$, c'est à dire $\frac{3}{5}$ d'iceluy segment, sera procreé le moyen costé: & finalement si à ce double du moindre segment, on adiouste $\frac{55}{70}$, c'est à dire $\frac{11}{14}$, on aura le plus grand costé.

REGLE IV.

Que si au triangle scalene est requis que la perpendiculaire tombe sur le moyen costé: Soit posé le moindre segment d'vn nombre de parties qui se nombre par 5, ou par 10, ou 15, &c. & adioustant à iceluy $\frac{4}{5}$, on aura le plus grand segment, & la somme d'iceux sera le moyen costé; mais si on adiouste $\frac{3}{5}$ au double d'iceluy moindre segment, on aura le moindre costé, mais

le triple d'iceluy moindre segment sera le plus grand costé.

REGLE V.

Et finalement s'il estoit requis que la perpendiculaire tombe sur le plus grand costé, soit posé le moindre segment d'vn nombre de parties qui se nombre par 33, ou 66, ou 99, &c. & adioustant $\frac{9}{33}$, c'est à dire $\frac{3}{11}$, on aura le plus grand segment, & la somme d'iceux segmens sera le plus grand costé; & si au double du moindre segment on adiouste $\frac{4}{33}$, on aura le moyen costé: mais si à iceluy moindre segment on adiouste $\frac{27}{33}$, on aura le moindre costé.

Or nous mettrons encores icy, qu'estans cogneus les costez d'vn triangle obliqu'angle, nous sçaurons facilemẽt les segmens de la base faits par la perpendiculaire, tombant sur icelle par le moyen d'vne regle de trois: car la base est à la somme des costez, comme la difference d'iceux costez est à la difference des segmens de ladite base, si les deux angles qui sont sur icelle base sont aigus, ou à la somme d'iceux segmens, si l'vn desdits angles est obtus.

PROBLEME XXXIII.

Estans proposees deux lignes droictes inegales, en trouuer vne autre, deux quarrez de laquelle soient egaux aux deux quarrez des deux proposees.

ou bien

Estans proposez deux quarrez inegaux, en trouuer deux autres qui soient egaux entr'eux; & pris ensemble, soient aussi egaux aux deux proposez pris ensemble.

Soient AB & BC, cottez de deux quarrez inegaux, & il faut trouuer les costez de deux autres quarrez egaux entr'eux, & les deux ensemble egaux aux deux proposez. Estans conioints les costez AB, BC à angles droits, soit tiree AC, & sur icelle soient

tirees les deux lignes AD, CD, faisant sur AC les angles egaux, & demy droicts; & icelles seront les deux costez des quarrez requis: car AD, CD seront egaux par la 6.p.1. ou axiome 9, attendu que les angles D A C, A C D sont egaux, & partant les quarrez d'iceux costez aussi egaux, & par la 32.p.1. ou axiome 21. l'angle D est droict; & partant par la 47p1. ou axiome 64, le quarré de AC est egal aux deux quarrez de AD, CD: mais par la mesme 47.p.1. iceluy quarré de AC est aussi egal aux deux quarrez de AB, BC: donc les quarrez de AD, CD sont egaux aux quarrez de AB, CB: ce qu'il falloit faire.

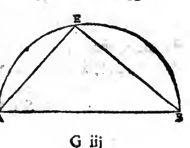
SCHOLIE.

La mesme chose se fera aussi aisément auec le compas de proportion. Car iceluy estãt à angle droict, nous trouuerons AC; puis par le moyen d'icelle les deux costez AD, CD.

PROBL. XXXIIII.

Estans proposees deux lignes droictes inegales, en trouuer vne autre de laquelle le quarré, auec celuy de la moindre des données, soient egales au quarré de la plus grande donnee.

Soient données les deux lignes droictes inegales AB, CD, dont AB est la plus grande, & il faut trouuer vne autre ligne droicte, le quarré de laquelle, & celuy de CD soient egaux au quarré de AB. Sur AB soit descrit le demy cercle AEB, & dans iceluy soit accommodee



AE egale à CD, & soit ioinct BE. Ie dis que le quarré de BE & celuy de AE sont egaux au quarré de AB : car l'angle AEB est droict par la 31. p. 3. ou axiome 1. & par la 47. p. 1. ou axiome 64, les quarrez de AE, égale à CD BE sont egaux au quarré de AB, ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Le mesme se fera aussi facilement auec le compas de proportion : Car iceluy estant ouuert à angle droict, nous aurons incontinent BE, 3e costé du triangle rectangle.

PROBL. XXXV.

Estans proposez tant de quarrez qu'on voudra, trouuer vn autre quarré egal à tous les donnez.

Soient donnez AB, BC & D, les costez de trois quarrez : & il conuient trouuer le costé d'vn autre quarré egal à iceux.

Ayant disposé AB & BC à angles droicts, soit tiree AC, le quarré de laquelle sera egal aux quarrez de AB, BC par la 47. p. 1. ou axiome 64, & sur extremité C, soit leuee EC perpédiculaire à AC, & egale à D : & estát mené la ligne AE, le quarré d'icelle sera egal aux trois quarrez de AB, BC, & D : car puisque le quar. de AC est egal aux quarrez de AB, BC, & le triangle ACE à l'angle C droict, & le costé CE egal à D, le quarré de AE est egal aux quarrez de AC, CE, c'est à dire de AB, BC & D : ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

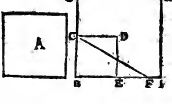
Le compas de proportion estant ouuert à angle droict, nous trouuerons incontinent le costé AE.

Or d'autant que par la 2 p. 12. les cercles sont entr'eux comme les quarrez de leurs diametres, il est euident qu'estant proposez tant de cercles qu'on voudra, il sera trouué en la mesme maniere que dessus, le diamettre d'vn cercle egal à tous les donnez.

PROBL. XXXVI.

Estans proposez deux quarrez, adioindre à l'vn ou à l'autre d'iceux vne figure egale à l'autre quarré: tellement que toute la figure composee soit aussi quarree.

Soient proposez les deux quarrez A & BD, & il faut adioindre à BD vne figure egale à A, en sorte qu'icelle figure, & iceluy quarré BD fassent aussi vn quarré. Soit prolongé BE tant qu'il sera de besoin, & estát pris d'icelle, B F egale au costé de A, soit tiree CF, & faict BG egale à icelle CF: & estant paracheué le quarré BGHI, la figure CGHIED sera egale au quarré A, mais luy adioignát le quarré BD, toute la figure BGHI sera quarree: car puis qu'elle est egale au quarré de CF, elle sera aussi egale aux quarrez de BF, & de BC, c'est à dire aux quarrez A & BD, & si on en oste le quarré commun BD, restera le quarré A egal à la figure CGHIED: ce qu'il falloit faire.



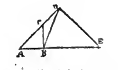
SCHOLIE.

Le mesme se fera aussi auec le compas de proportion fort facilement, car il n'y a qu'à trouuer le costé d'vn quarré egal aux deux quarrez donnez.

PROBL. XXXVII.

Estant donné l'excez du diametre d'vn quarré par dessus le costé d'iceluy quarré, trouuer le costé dudit quarré.

Soit donné AB l'excez du diametre d'vn quarré par dessus le costé d'iceluy quarré, & il faut trouuer le costé de ce quarré là. Sur l'extremité B soit leuee perpendiculairement BC egale à AB: puis soit menee AC,



& prolongee iusques en D: tellement que CD soit egale à BC: & AD sera le costé du quarré, dont le diametre excede iceluy costé AD de la ligne AB: car estant tiré DE perpendiculaire à AD, qui rencontre AB prolongee en E, les costez AD, DE seront egaux par la 6.p.1. ou axiome 9, attendu que les angles A, E, sont egaux & demy droicts: car d'autant qu'au triangle ACB, l'angle ABC est droict, & les costez AB, BC egaux, les angles A, & BCA sont egaux & demy droicts par les 5 & 32.p.1. ou axiomes 8 & 21: donc AE est diametre du quarré de AD: maintenant soit menee BD, & par la 5.p.1. les angles CBD, CDB seront egaux; parquoy si on les oste des angles droicts CBE, CDE, resteront les angles DBE, BDE egaux; & partant les costez BE, DE, seront egaux par la 6.p.1. ou axiome 9: mais veu que le diametre AE surpasse BE de la ligne donnee AB, le mesme diametre AE surpassera le costé du quarré de DE, ou AD, de la grandeur de ladite ligne AB: ce qu'l falloit faire.

SCHOLIE

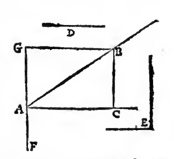
SCHOLIE.

Le mesme se fera aussi auec la compas de proportion sçauoir est, le mettant à angle droict puis ayant transferé sur la iambe l'exces AB, l'ouuerture de l'extremité adioustée à iceluy exces sera la ligne AD: Ou bien sans mettre ledict compas de proportion à angle droict soit mis l'exces AB sur 60. deg. ou sur le premier quarré, & l'ouuerture de 90. deg. ou du 2 quarré donnera AC, qui adiousté à l'exces donné, donnera le costé AD.

PROBL. XXXVIII.

Entre deux ligne droictes faisant angle, & infinies, colloquer vne ligne droicte egale à vne ligne droicte donnée, qui fasse auec l'vne d'icelles, vn angle égal à vn angle donné: mais il faut qu'iceluy angle donné, & celuy compris des lignes données, soient moindres que deux droits.

Soient deux lignes droictes infinies AB, AC contenant langle B A C, & soit donnée la ligne droicte D, & l'angle gle E, lequel auec l'ang. BAC sont moindres que deux droits, & il faut colloquer entre les lignes AB, AC, vne ligne droicte egale à la ligne D, faisant auec AC vn angle egal au donné E. Soit fait l'angle CAF, egal à l'angle E, prolongeant FA, tellement que AG



soit egale à D, & par G soit menee GB parallele à AC couppât AB en B, & finalement de B soit mené BC parallele à GA couppant AC en C, & icelle BC sera telle qu'il estoit requis. Car puis que par la construction le quadrilataire ACBG est parallelog. BC sera egalé à GA par la 34. p.1. ou axiome 23. c'est à dire à D, & puis que par la 29.

p. 1. ou axiome 6. l'angle BCA est egal à l'angle alterne CAF, & iceluy CAF est égal à l'angle E, les angles BCA & E sont egaux : Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Nous trouuerons les lignes AB, AC terminées auec le compas de proportion. Car nous sont donnez deux angles, & vn costé du triangle ABC, & partant sera donné l'autre angle restant de deux droicts : descriuant donc sur la ligne donnee vn triangle ayant l'vn des angles de dessus icelle ligne donnée égal à l'angle donné, & l'autre angle egal au restant des deux donnez : nous trouuerons les costez AB, AC.

PROBL. XXXIX.

Faire vn parallelogramme égal à vne figure rectiligne donnée, ayant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit le rectiligne donné ABCD, & l'angle donné E; & il conuient faire vn parallelogramme egal au rectiligne ABCD, & qui ait vn angle egal à E.

Soit menée la ligne AC, faisant deux triangles de la figure rectiligne donnee, & par la 42. prop. 1. soit fait le parallelogramme GI egal au triangle ACD ayant vn angle egal au donné E, puis sur HI soit fait le parallelogramme HK egal au triangle ABC, ayant vn angle egal au donné E, & le parallelogramme GK sera egal au rectiligne ABCD, & aura l'angle F egal à E, comme il est demonstré en la 45. p. 1.

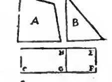
SCHOLIE.

Les costez G F, & G L du parallelogramme G K egal au rectiligne donné, seront aussi trouués par le compas de proportion, par les choses dites és Scholies des problemes precedens: & sera encores aisé de trouuer les costez d'vn triangle egal audit rectiligne donné, & qui ait vn angle egal au donné E.

PROBL. XL.

Estant données deux figures rectilignes inegales, trouuer l'excez de la plus grande par dessus la moindre.

Soient donnees deux figures rectilignes A & B, dont A est la plus grande, & il fait trouuer l'excez de A par dessus B. Soit fait le parallelogramme C E egal au rectiligne A, puis sur la ligne CD soit fait le parallelogramme C H egal au rectiligne B, ayant l'angle C commun, & le parallelogramme



G E sera l'excés du rectiligne A, par dessus le rectiligne B: car puis qu'iceluy est l'excés du parallelogr. C E par dessus le parallelog. C H. Iceluy parallelogr. G E sera aussi l'excés du rectilig. A, par dessus le rectilig. B. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

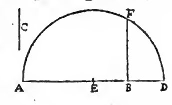
Les costez G H & G F du parallelogramme G E excés du rectiligne A, par dessus le rectiligne B seront aussi trouués comme dit est és Scholies des precedents Problemes.

PROBL. XLI.

Estans données deux lignes droictes, trouuer leur moyenne proportionelle.

Soient les deux lignes données A B & C, & il faut trou-

uer leur moyenne proportionelle. Soit prolongée A B jusques en D, en sorte que B D soit egale à C, puis soit A D couppée en deux egalement en E, & d'iceluy poinct comme centre & interualle E A, soit descrit vn demy cercle, puis du poinct B, soit esleuée la perpendiculaire B F, jusques à ce qu'elle rencontre la circonference du cercle en F, & icelle perpendiculaire B F, sera la moyenne proportion. requise, comme il est demonstré en la 13. p. 6.



SCHOLIE.

Nous ferons aussi la mesme operation auec le compas de proportion, comme il ensuit. Soit premierement ouuert le compas de proportion à angle droict, puis soient transferées les lignes données AB & C sur l'vne des iambes, afin de sçauoir combien chacune d'icelles lignes contient de parties, telles que celles contenuës en iceluy compas : ce que faisant, ie trouue que AB en contient 64. & C 16, que i'adiouste ensemble, & font 80, dont ie prend sur la iambe la moitié qui est 40. & posant l'vne des poinctes du simple compas sur 24, qui est la diff. desdits 40, & des 16 que contient la ligne C, l'autre poincte dudit simple compas va tomber sur l'autre iambe du compas de proportion, au nombre 32, & prenant la grandeur desdites 32 parties, i'ay la ligne BE pour la moyenne proportionelle requise.

Or il est manifeste par ce que dessus, qu'estant donné vn nombre, il aisé d'auoir la racine quarrée d'iceluy auec ledit compas de proportion. Car trouuant deux nombres qui multipliez l'vn par l'autre, produisent le donné, puis paracheuant auec lesdits deux nombres, tout ainsi qu'il a esté fait cy-dessus auec les deux lignes AB & C, on aura le nombre radical requis. Comme pour exemple, soit donné le nombre 10000, la racine quarrée duquel il faut trouuer: premierement donc ayant trouué que 200 & 50 multipliés ensemble, produisent ledit nombre donné, i'adiouste iceux ensemble, & font 250. dont la ½ est 125. que ie prend sur la iambe du compas de proportion, iceluy estant au preallable ouuert à angle droict, & pose l'vne des poinctes du simple compas au nombre 75. qui est la difference d'entre 125 & 50, & l'autre poincte va tom-

ber sur l'autre iambe, au nombre 100. *& partant je dis que* 100 *est racine quarrée du nombre donné* 10000.

Que si le nombre donné est plus que 40000, *il faut faire comme dessus, excepté qu'au lieu de proceder auec la* $\frac{1}{2}$ *il faut proceder auec le* $\frac{1}{4}$, *& le double du nombre qui prouiendra, sera la racine requise.*

Autrement, ladite racine se pourra plus aisément trouuer sur la ligne des plans, & pource faire vserons de deux manieres: la premiere, quant le nombre proposé ne sera plus grand que 6400 *& alors soit pris sur la ligne droicte dudit compas,* 40 *parties, & soient posées à l'ouuerture du* 16. *plan, & iceluy compas estant ainsi ouuert, soit reietté les deux dernieres figures du nombre donné, & pris l'ouuerture du nombre des figures restantes, laquelle ouuerture estant portée sur la ligne droicte, on aura le nombre radical: Obseruant que si on prend à peu pres l'ouuerture du reste (c'est à dire des deux dernieres figures retranchées comme parties d'vn entier, dont le denominateur est* 100.) *auec les figures prises, que l'on aura le nombre radical plus precis.*

Que si le nombre proposé est plus grand que 6400; *il faudra apres auoir retranché les deux dernieres figures prendre la moitié, tiers ou quart &c. du reste, & prendre l'ouuerture d'icelle* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ *ou* $\frac{1}{4}$ *&c. puis poser ladite ouuerture à l'ouuerture de quelque plan qui ait sur le compas double, triple, quadruple &c. & l'ouuerture d'iceluy double, triple, quadruple &c. estant transferée sur la ligne droicte, monstrera le nombre radical requis.*

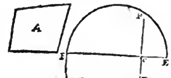
Que si le nombre proposé estoit fort grand, l'on n'auroit qu'à retrancher les trois dernieres figures, & proceder comme dessus, ayant au preallable ouuert le compas de proportion, en sorte que le dixiéme plan soit ouuert de 100 *parties, au lieu que cy-dessus le seziéme plan estoit ouuert de* 40 *parties seulement.*

PROBL. XLII.

Faire vn quarré egal à vne figure rectiligne donnée.

Soit donnée la figure rectiligne A, à laquelle il faut faire vn quarré egal.

Soit fait premierement le rectangle BCD egal au rectiligne A, puis estant prolongé le



costé BC jusques en E, tellement que CE soit egale à CD, & descrit sur BE le demy cercle BFE, soit tirée perpendiculairement CF, laquelle sera le costé du quarré egal au parallelogramme rectangle BD, & par consequent au rectiligne A, comme il est demonstré en la derniere proposition du deuxiéme d'Euclide.

SCHOLIE.

Le mesme se fera aussi auec le compas de proportion : sçauoir est trouuans les costez du parallelogramme BD egal au rectiligne A : puis prenant la moyenne proportionnelle entre iceux costez.

DEF.

Vne ligne droicte, est dite estre diuisée en la moyenne & extreme raison, quand la toute est au plus grand segment, comme iceluy plus grand segment est au moindre.

PROBL. XLIII.

Coupper vne ligne droicte donnée & terminée en la moyenne & extreme raison.

Soit la ligne droicte donnée AB, qu'il faut coupper en la moyenne & extreme raison. Soit icelle AB couppée en deux egalement au poinct C, puis au poinct B soit esleuée perpendiculairement BD egale à CB, & apres auoir mené la ligne AD, soit couppé d'icelle, DE egale à BD, puis de AB, soit couppé AF egale à AE, & icelle AB sera couppée en la moyenne & extreme raison, dont la demonstration est faite en la 30. prop. du 6.

SCHOLIE.

La mesme operation se fera aussi auec le compas de proportion en ceste maniere. Soit premierement ouuert ledit compas à angle droict, puis sur l'vne des iambes, soit transferé ladite ligne AB, laquelle se termine au nombre 60, & partant la moitié d'icelle est 30, l'ouuerture desquels deux nombres, sçauoir est 60. & 30. estant transferée sur la iambe va se terminer au nombre 67 peu plus, la distance desquels iusques à 30, moitié de la ligne donnée, estant posée sur icelle ligne A B, on l'a couppera au poinct F, ainsi qu'il estoit requis.

Autrement, soit posé A B à l'ouuerture de 60. degr. & l'ouuerture de 36. degr. donnera A F, comme dessus.

AXIO. LXVIII. demonstré en la 1. p. 13.

Si vne ligne est couppée en la moyenne & extreme raison, le quarré de la moitié de la toute & du plus grand segment, comme d'vne ligne, est quadruple du quarré de la moitié d'icelle ligne totale.

AXIO. LXIX. demonstré en la 2. p. 13.

Si le quarré d'vne ligne est quintuple du quarré d'vne partie d'icelle, le double d'icelle partie estant couppée en la moyenne & extreme raison, le plus grand segment sera l'autre partie de la donnée.

AXIO. LXX. demonstré en la 3. p. 13.

Si vne ligne droicte est couppée en la moyenne & extreme raison, le quarré du plus petit segment, & de la moitié du plus grand segment, comme d'vne, est quintuple du quarré de la moitié du plus grand segment.

AXIO. LXXI. demonstré en la 4. p. 13.

Si vne ligne est couppée en la moyenne & extreme raison, le quarré de la toute, & le quarré du petit segment ensemble, sont triples du quarré du plus grand segment.

AXIO. LXXII. demonstré en la 5. p. 13.

Si vne ligne droicte est couppée en la moyenne & extreme raison, & à icelle on adjouste directement le plus grand segment, la toute composée, sera couppée en la moyenne & extreme raison, & la toute simple sera le plus grand segment.

AXIO. LXXIII. demonstré en la 4. p. 14.

Si vne ligne est couppée en la moyenne & extreme raison, les segmens d'icelle, seront prop. aux segmens de toute autre ligne couppée de mesme.

PROBL. XLIV.

Descrire vn triangle isoscelle, ayant vn chacun des angles de la base double de l'autre.

Soit la ligne droicte A B, couppée en la moyenne & extreme raison au poinct C, puis sur A B, soit fait le triangle ABD, ayant le costé B D egal à A B, & la base A D egale à A C, & iceluy sera le triangle requis, dont la demonstration est faite à la 10. p. 4.

SCHOLIE.

Veu que par la 32. p. 1. ou axiome 21, les trois angles du triangle ABD sont egaux à deux droicts, & que l'angle B n'est que la moictié d'vn chacun de ceux de la base: il est euident qu'iceluy angle B est la cinquiesme partie de deux droicts, c'est à dire 36. deg. & chacun de ceux de la base $\frac{2}{5}$ de deux droicts: c'est à dire 72. deg. & par consequent si sur les extremitez de la ligne A B donnée, on fait au poinct B, vn angle de 36. deg. auec le compas de proportion, & à A vn angle de 72. deg. on aura le mesme triangle ABD. Et par ceste mesme maniere mecanique, il sera aisé de descrire vn triangle isoscele, ayant chacun angle de la base autant multiple de celuy du sommet qu'on voudra.

DEF.

DEFF.

Les polligones ou figures de plusieurs angles ou costez, sont celles qui ont plus de 4 angles ou costez, & chacune d'icelles prend son nom du nombre de ses angles ou costez, comme la figure de 5 angles se nomme pentagone; de 6 angles, hexagone; de 7, heptagone; de 8, octogone, &c.

Or iceux polligones sont reguliers ou irreguliers.

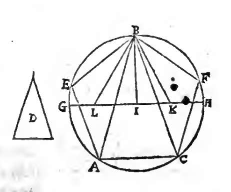
Les reguliers, sont ceux qui ont tous les angles, & les costez egaux.

Mais les irreguliers, sont ceux qui ont les angles, & les costez inegaux.

PROBL. XLV.

Dans vn cercle donné, descrire vn pentagone equiangle, & equilateral.

Soit le cercle donné A B C, dans lequel il faut inscrire vn pentag. equiang. & equilateral. Soit premierement par le precedent Probleme fait le triangle D, ayant vn chacun des angles de la base doub. de l'autre, puis soit inscrit au cercle dóné le triág. ABC, equiangle au triangle D. Ce fait, soient tirées les lignes A E, E B, B F, F C egales à A C, & on aura le pentagone A E B F C tel qu'il estoit requis, comme il est demonstré en la 11. p. 4.



COROLL.

Il est manifeste par la demonstration de ce Probleme, que l'angle C A E du pentagone, est les $\frac{6}{5}$ de deux droicts. Dont s'ensuit qu'estant donnée vne

ligne droicte, il sera aisé de faire sur icelle vn pentagone equilateral, & equiangle auec le compas de prop. car descriuant sur l'vne & l'autre extremité de la ligne donnée, vn angle de 108 deg. qui sont les $\frac{3}{5}$ de deux droicts, on aura incontinent le pentagone : mais sera enseigné au Probleme suiuant vne autre maniere pour ce faire.

SCHOLIE.

Le costé du pentagone, & decagone est trouué bien plus facilement comme enseigne Ptolomée en son Al. Car il ne faut que tirer le diametre G H, & sur iceluy la perpendiculaire B I, puis estant couppé en deux egalement le demy diametre I H au poinct K, & fait K L egale à B K, la ligne B L sera le costé du pentagone, & I L celuy du decagone.

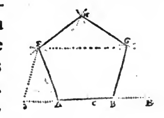
Le mesme se peut faire encore plus facilement auec le compas de proportion : car ayant transferé le demy diametre du cercle donné à l'ouuerture de 60 degrés, l'ouuerture de 72 deg. donnera le costé du pentagone.

Or non seulement se trouuera iceluy costé du pentagone auec le compas de proportion, mais aussi le costé de quelconque polligone inscriptible au cercle donné : car diuisant 360 degrés par le nombre des costez du polligone requis, on aura au quotient le nombre des degrés, dont l'ouuerture sera le costé du polligone.

PROBL. *XLVI.*

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vn pentagone equilateral & equiangle.

Soit la ligne droicte donnée AB, sur laquelle il faille descrire vn pentagone equilat. & equiang. Soit couppé AB en C, en la moyenne & extreme raison, puis soit prolongée de part & d'autre, jusques en D, E, tellement que A D, B E soient egales au plus grand segment AC ; en apres de D, A, & interuale AB soient descrits deux arcs s'entrecouppans en F. Item de B, E, & du mesme interuale deux au-



tres arcs s'entrecouppans en G, & finalement de F,G, deux autres arcs s'entrecouppans en H, & soient iointes les lignes AF,FH,H G,G B. Ie dis que le pentagone A F H G B descrit sur la ligne droicte donnée A B est equilat. & equiang. Or qu'il soit equilat. il appert par la construction, puis que toutes les lignes sont prises egales à AB. Et qu'il soit equiangle, nous le demonstrerons ainsi. Soit tirée la ligne D F, & le triangle A D F sera isoscelle, ayant vn chacun des angles de dessus la base A D double de l'autre, puis que A D est le plus grand segment de la ligne A B, & l'vn l'autre des autres costez egaux à icelle A B. Parquoy l'angle D A F contiendra $\frac{2}{5}$ de deux droicts, & partant l'autre angle B A F contiendra $\frac{3}{5}$ de deux droicts. Veu donc que l'angle du pentagone equilateral & equiangle contient les $\frac{3}{5}$ de deux droicts, l'angle B A F, sera l'angle du pentagone equileteral & equiangle. Par la mesme raison, A B G sera angle d'vn pentagone equilateral & equiangle. Dont s'ensuit que tout le pentagone est equiangle. Car si on l'acomplit ou qu'on l'imagine estre complet, c'est à dire, que sur F G on descriue deux autres costez, ils tomberont necessairement au poinct H, autrement s'ils se rencontrent au dessus de H, ou au dessous, iceux costez seroient plus grands ou moindres que F H,G H, par la 21.p.1. ou Axiome 20. & partant ne seroient egaux aux autres costez, ce qui est absurde. Donc le pentagone A B G H F est equilateral & equiangle. Ce qu'il falloit faire.

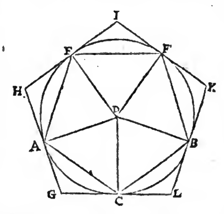
SCHOL.

Il sera aussi aisé de descrire iceluy pentagone auec le compas de proportion, d'autant que le triangle B A F est isoscelle, dont vn costé est donné, & l'angle B A F de 108 degrés, partant sera trouuée la base B F, auec laquelle sera facilement descrit le pentagone.

PROBL. XLVII.

Descrire vn pentagone equilateral, & equiangle à l'entour d'vn cercle donné.

Soit le cercle donné A B C, à l'entour duquel il faut descrire vn pentagone equilateral & equiangle : dans iceluy cercle, soit descrit le pentagone A E F B C; & apres auoir mené du centre D les 5 lignes D A, D E, D F, D B, D C, soient menées sur icelles, les 5 perperpendiculaires G H, H I, I K, K L, G L lesquelles se rencontrans és cinq poincts G, H, I, K, L, feront le pentagone G H I K L, tel qu'il estoit requis, dont la demonstration est faite en la 12. p. 4.



SCHOLIE.

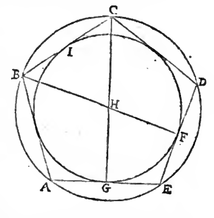
Estant donné le demy diametre d'vn cercle, il sera aisé de trouuer auec le compas de proportion le costé du pentagone, tant inscriptible que cirsconscriptible au cercle, d'autant que du triangle A D E, les angles & deux costez seront donnés; & partant le troisiéme costé A E sera aisément trouué, & par consequent H E costé du triangle A H E, sera aussi trouué, dont le double H I est costé du pentagone circonscriptible au cercle.

Par mesme maniere se trouueront aussi les costez de quelque polligone que ce soit inscriptible ou circonscriptible audit cercle, & la perpendiculaire tirée du centre, ou de l'vn des angles au costé opposite.

PROBL. XLVIII.

Dans vn pentagone equiangle & equilateral, descrire vn cercle, & vn autre à l'entour.

Soit le pentagone A B C D E, dans & à l'entour duquel il faut descrire vn cercle. des deux angles B & C, soient menées perpendiculairement aux costez opposites, les lignes BF, CG, lesquelles s'entrecouppent au poinct H, qui sera le centre du pentagone, duquel & de l'interuale H B, estant descrit le cercle A B C D E, il sera à l'entour du pentagone, mais de l'interuale H G estãt descrit le cercle G I F, il sera dãs le pentagone, comme il est demonstré és 13. & 14. p. 4.



SCHOLIE.

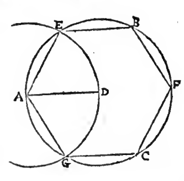
Estant donné le costé du pentagone, il sera fort aisé de trouuer auec le compas de proportion le diametre ou demy diametre du cercle inscriptible ou circonscriptible audit pentagone: car les angles d'vn triangle seront cogneus, & vn costé donné.

PROBL. XLIX.

Dans vn cercle donné, inscrire vn hexagone equilateral, & equiangle.

Soit le cercle ABC, le centre duquel est D, & il faut insc-

crire en iceluy vn hexagone equilat. & equiang. Soit pris la distance du centre D iusques à A, & soit faict A E egale à icelle interualle de A D, & soient pareillement tirées les lignes E B, B F, F C, C G, G A egale à la mesme interualle, & sera faict l'hexagone A E B F C G tel qu'il



estoit requis, dont la demonstration est faicte en la 15. p. 4.

COROLL.

De la demonstration de ce Probl. appert que le costé de l'hexagone est egal au demy diametre du cercle, dont s'ensuit qu'estant donnée vne ligne droicte, il sera tres-aisé de descrire sur icelle vn hexagone.

AXIO. LXXIIII. *Demonstré en la 7. p. 13.*

Si en vn pentagone equilateral, trois angles pris comme on voudra, sont egaux, il sera equiangle.

AXIO. LXXV. *Demonstré en la 8. p. 13.*

Si en vn pentagone equiangle & equilateral, deux lignes droictes tirées d'angle en angle s'entrecouppent, ce sera en la moyenne & extreme raison, & leurs plus grands segmens seront egaux aux costez du pentagone.

AXIO. LXXVI. *Demonstré en la 9. p. 13.*

La ligne droicte composée du costé de l'hexagone, & du costé du decagone, tous deux inscrits en vn mesme cercle, est couppée en sa moyenne & extreme raison, de laquelle le plus grand segment est le costé de l'hexagone.

AXIO. LXXVII. *Demonſtré en la 10.p.13.*

Le quarré du coſté du pentagone inſcrit en vn cercle,eſt egal aux deux quarrez des coſtez du decagone, & hexagone inſcrit au meſme cercle.

AXIO. LXXVIII. *Demonſtré en la 11.p.13.*

Si dans vn cercle ayant le diametre rationel,on inſcrit vn pentatagone equilateral,le coſté d'iceluy pentagone eſt irrationel, appellé ligne mineure.

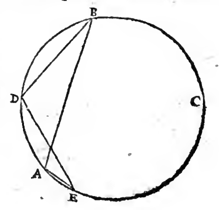
AXIO. LXXIX.. *Demonſtré en la 1.p.14.*

La ligne perpendiculaire menée du centre vers le coſté du pentagone inſcrit au cercle,eſt la moictié des deux coſtez de l'hexagone & decagone inſcrit au meſme cercle.

PROBL. L.

Dans vn cercle donné, deſcrire vn quindecagone equilateral & equiangle.

Soit le cercle donné ABC,dans lequel il faut deſcrire vn quindecagone equilateral &equiangle.Soit premierement trouué A B coſté du triangle equilateral inſcrit dans iceluy cercle,puis BD,DE deux coſtez du pentagone,& eſtant menée A E, elle ſera vn coſté du quindecagone inſcrit au meſme



cercle,& partant si on meine encores 14 lignes dans iceluy cercle égales à icelle A E, on aura le quindecagone requis, dont la demonstration est faicte en la 16. p. 4.

DEFF.

Semblables figures rectilignes, sont celles qui ont les angles egaux, & les costez qui sont au long des angles egaux proportionaux.

AXIO. LXXX. *Demonstré en la 1. p. 12.*

Les polligones semblables inscris aux cercles, sont l'vn à l'autre comme les quarrez descrits des diametres des cercles.

AXIO. LXXXI. *demonstré en la 7. p. 5.*

Les grandeurs egalles ont mesme raison l'vne que l'autre à vne troisiesme, & ceste troisiesme aura mesme raison à deux grandeurs egalles.

AXIO. LXXXII. *demonstré en la 11. p. 5.*

Les raisons qui sont de mesme à vne sont de mesmes entr'elles,

AXIO. LXXXIII. *demonstré en la 3. p. 13.*

Les grandeurs sont entr'elles, comme sont leurs equemultiplices entr'elles.

DEFF.

La haulteur d'vne chacune figure, est la perpendiculaire tirée du sommet à la base.

AXIO. LXXXIIII. *demonstré en la 1. p. 6.*

Les triangles, & les parallelogrammes de mesme hauteur sont l'vn à l'autre, comme leurs bases.

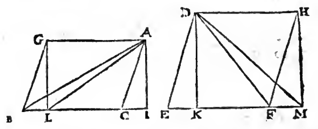
SCHOL.

SCHOLIE.

Nous demonstrerons icy le Theoreme suiuant.

Les triangles & parallelogrammes constituez sur bases egales, ou sur mesme base, sont entr'eux comme leurs hauteurs.

Soient deux triangles A B C, D E F, & les parallelogrammes A G B C,



DEFH ayans les bases BC, EF egales. Ie dis que le triang. A BC est au triangle D E F, & le parallelogramme G C au parallelogramme E H, comme la hauteur A I à la hauteur D K. Car si on prend les lignes I L, K M egales aux bases BC, EF ; & sont tirées les lignes AL, DM, le triangle A L I sera egal au triangle ABC, & le triangle D K L egal au triangle DEF. Parquoy par la 7. p. 5. ou Axiome 81. comme A B C sera à D E F, ainsi ALI à D K M, mais par la 1. p. 6. ou Axiome 84. comme A L I est à D K M, ainsi A I à D K: (car si on pose les bases estre AI, D K, les lignes LI, K M, seront les hauteurs:) donc aussi A B C sera à DEF, comme A I à D K. Ce qu'il falloit prouuer.

Or par la 15. p. 5. ou Axiome 83. comme ABC est à DEF, ainsi le parallelog. AGBC sera au parallelog. DEFH: donc par la 11. p. 5. ou 82 axiome, AGBC sera pareillement à D E F H, comme A I à D K. Ce qu'on peut aussi confirmer en la mesme maniere, si on tire les lignes LG, MH. Le mesme s'ensuiuroit si les triangles & les parallelogrammes auoient mesme base.

AXIO. 85. *Demonstré en la 7. p. 5.*

Si l'on mene vne ligne parallele à l'vn des costez d'vn triangle, icelle couppera les autres costez d'iceluy prop. & si les costez sont couppez proportionnellement, la ligne couppante sera parallele à l'autre costé.

AXIO. 86. *Demonstré en la 3. p. 6.*

Si l'angle d'vn triangle est couppé en deux egalement, tombant la ligne couppante sur la base, les segmens de la base seront l'vn à l'autre comme les autres costez: & si les segmens de la base sont l'vn à l'autre comme les autres costez, la ligne tombante couppera l'angle en deux egalement.

AXIO. 87. *Demonstré en la 4. p. 6.*

Les triangles equiangles ont les costez qui sont au long des angles egaux, proportionaux.

COROLL.

De cecy s'ensuit, que si on mene vne ligne droicte parallele à vn costé d'vn triangle, elle couppera vn triangle semblable à tout le triangle.

AXIO. 88. *Demonstré en la 5. p. 6.*

Les triangles qui ont les costez prop. ont aussi les angles egaux, qui sont compris des costez proportionaux.

AXIO. 89. *Demonstré en la 6. p. 6.*

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les costez au long d'iceux angles egaux proportionnaux, ils seront equiangles.

AXIO. 90. *Demonstré en la 7. p. 6.*

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les costez au long des autres angles proportionaux, estans iceux autres angles de mesme espece; Iceux triangles seront equiangles.

AXIO. 91. *Demonstré en la 8. p. 6.*

Si de l'angle droict d'vn triangle rectangle on tire vne perpendiculaire sur la base, les triangles au long de la perpendiculaire sont semblables au tout & entr'eux.

COROL.

Par cecy eſt manifeſte que la perpendiculaire tombant de l'angle droict d'vn triangle rectangle ſur la baſe, eſt moyenne prop. entre les ſegmens de la baſe. Item que l'vn ou l'autre coſté comprenant l'angle droict, eſt moyen proportionel entre toute la baſe, & le ſegment d'icelle baſe adjacent à iceluy coſté.

AXIO. 92. *Demonſtré en la 31. p. 6.*

Aux triangles rectangles, la figure deſcrite ſur le coſté qui ſouſtient l'angle droict, eſt egale aux deux autres figures qui luy ſont ſemblables, & ſemblablement poſées ſur les deux autres coſtez.

AXIO. 93. *Demonſtré en la 32. p. 6.*

Si deux triangles ont deux coſtez proport. à deux coſtez, & ſont diſpoſez faiſant vn angle de telle façon que les coſtez prop. ſoient parall. les deux autres coſtez ſe rencontreront directement.

DEF.

Figures reciproques, ſont celles deſquelles les coſtez ſont alternatiuement proportionaux.

AXIO. 94. *Demonſtré en la 14. p. 6:*

Les parallelogrammes egaux ont les coſtez reciproques: & les parallelogrammes qui ont les coſtez reciproques, ſont egaux, moyennant qu'ils ayent vn angle egal.

AXIO. 95. *Demonſtré en la 15. p. 6.*

Les triangles egaux ont les coſtez reciproques: & les triangles qui ont les coſtez reciproques ſont egaux, moyennant qu'ils ayent vn angle egal.

DEF.

Raiſon egale, eſt lors qu'il y a pluſieurs grandeurs d'vn coſté, & autant de

l'autre en multitude, prise de deux en deux en mesme raison, & que la premiere des premieres grandeurs est à la derniere des mesmes, comme la premiere des secondes est à la derniere des mesmes.

Ou bien, c'est lors qu'on prend les extremes delaissant les moyennes.

AXIO. 96. *Demonstré en la 22. p. 5.*

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & autant d'autres, prises de deux en deux en mesme raison; icelles en raison egale seront proportionnelles.

PROBL. *LI.*

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vne figure rectiligne semblable & semblablement posée à vne figure rectiligne donnée.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut faire vne figure semblable & semblablement posée à la figure rectiligne dónée C D E F.

Soit diuisée la figure donnée en triangl. par la ligne CE, puis soit fait sur la ligne A B & au poinct A, l'angle B A G egal à l'angle C D E: & au poinct B, l'angle A B G egal à l'angle D C E, tellement que B G rencontre A G en G: puis sur la ligne B G & au poinct B, soit fait l'angle G B H

egal à E C F, & au poinct G l'angle B G H egal à l'angle C E F: & cela fait la figure A B H G sera descrite ainsi qu'il estoit requis, dont la demonstration est faicte en la 18. p. 6.

AVTREMENT.

Soit fait C G egale à A B, puis estant produictes les lignes C H, C I, de G soit menée G H parallele à D E, & de H soit aussi menée H I parall. à E F, & ainsi consequemment s'il y auoit d'auantage de costé: quoy fait la figure C G H I sera descrite sur C G egale à A B, semb. & semblablement posée à la figure C D E F. Car puis que l'angle D C F est commun, & les angles C D E, C F E sont egaux aux angles CGH, CIH par la 29. p. 1. ou axiome 6. Item, les angles CED, CEF, aux angles CHG, CHI: c'est à dire, que tout l'angle DEF est egal à tout l'angle GHI, les rectilignes CDEF, C G H I, seront equiangles: Mais aussi les costez d'alentour les angles egaux sont prop. Car d'autant que les triangles C D E, C E F sont equiangles aux triangles CGH, CHI, comme CD sera à DE, ainsi CG à G H par la 4. p. 6. ou axiome 87. Item, comme C F à F E, ainsi C I à IH. Item, comme DE est à EC, ainsi G H est à HC, & comme E C est à E F, ainsi H C est à H I, & partant en raison egalle, comme DE est à EF, ainsi GH à HI. Item, comme DC est à CE, ainsi GC à C H, & comme E C est à CF, ainsi H C à C I, & partant par raison egalle, comme D C est à C F, ainsi G C à CI: donc les figures rectilignes C D E F, C G H I sont sembl. & semblablement posées. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Le mesme se pourra aussi faire auec le compas de proportion, trouuant premierement G H 4. proportion. aux trois CD, DE, AB : puis CH 4. proportion. aux trois CD, CE, AB, & d'icelles GH, CH, auec AB estant descrit le triangle CGH soit trouué la 4. prop. pour former des triangles semblables à ceux de la figure donnée.

DEF.

Quand trois grandeurs sont proportionelles, la premiere est dite auoir à la troisiéme, la raison doublée de celle de la deuxiéme : s'il y en a 4. la premiere est dite estre à la quarte, en raison triplée de la premiere à la seconde.

AXIO. 97. demonstré en la 19. p. 6.

Les triangles semblables sont l'vn à l'autre en raison doublée de leurs costez proportionaux.

COROLL.

De cecy est manifeste, que si trois lignes droictes sont proportion. comme la premiere est à la troisiesme, ainsi le triangle descrit sur la premiere au triangle sembl. & semblablement descrit sur la deuxiesme, ou le triangle descrit sur la deuxiesme au triangle semblable & semblablement descrit sur la troisiesme.

AXIO. 98. Demonstré en la 20. p. 6.

Les polligones semblables sont l'vn à l'autre en raison doublée de leurs costez prop. & peuuent estre diuisez en nombre egal des triangles semblables entr'eux, & proportionaux à leur tout.

COROLL.

De cecy est manifeste, que s'il y a trois lignes proportion. comme la pre-

miere eft à la troifiefme, ainfi le polligone defcrit fur la premiere fera au polligone femb. & femblablement defcrit fur la deuxiefme, où ainfi le polligone defcrit fur la deuxiefme au polligone femb. & femblablement defcrit fur la troifiefme.

AXIO. 99. Demonftré en la 21. p. 6.

Les figures rectilignes femblables à vne, font femblables entr'elles.

AXIO. 100. Demonftré en la 22. p. 6.

Si quatre lignes font proportion. les figures rectilignes fembl. & femblablement defcrites fur icelles, feront auffi prop. & fi icelles figures ainfi defcrites font proportionelles, icelles lignes feront auffi proportionelles.

DEF.

Vne raifon eft dicte eftre compofée de raifons, quand elle eft produicte d'icelles raifons multipliées l'vne par l'autre.

AXIO. 101. Demonftré en la 23. p. 6.

Les parallelogrammes equiangles font l'vn à l'autre en raifon compofée de leurs coftez.

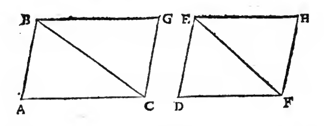
SCHOLIE.

Nous demonftrerons icy deux theoremes, lefquels nous feront neceffaires pour appuyer quelqu'vnes de nos demonftrations.

Les triangles ayans vn angle egal à vn angle, font l'vn à l'autre en la raifon compofée des coftez comprenant l'angle egal.

Soient les triangles ABC, DEF ayans l'angle A egal à l'angle D. Ie dis que la proportion du triangle ABC au triangle DEF eft compofée de celle des coftez, comprenant iceux angles egaux: c'eft à dire, de la raifon de AB *à* DE,

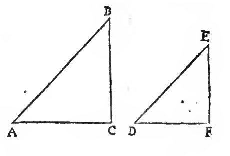
& de celle de A C à DF, ou bien de la raison de AB à DF, & de celle de AC



à DE. Car estant paracheué les parallelogrammes A G, DH, ils seront equiangles, & partant ils seront en raison composée de leurs costez par la 23.p.6. ou axiome 101. donc puis que les triangles ABC, D E F sont moitiez d'iceux par la 34.p.1. ou axiome 23. Ils seront en mesme proportion par la 15.p.5. ou axiome 93. & partant la proportion du triangle ABC au triangle D E F sera aussi composée de la raison de AB à DE, & de la raison de AC à D F, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

Les triangles ayans vn angle egal à vn angle, ont mesme proportion entr'eux, que les rectangles contenus des costez comprenans l'angle egal.

Soient les triangles ABC, DEF ayans l'angle B egal à l'angle E. Ie dis que le triangle ABC est au triangle D E F, comme le rectangle de AB, BC est au rectangle de DE, EF. Car par le precedent theoreme la proportion du triangle A B C au triangle D E F est composée des proportions de AB à DE, & de BC à EF: mais par la 23.p.6. la proportion du rectangle de AB, BC, au rectangle de DE, EF est aussi composée des mesmes raisons de A B à DE, & BC à E F. Donc le triangle ABC sera au triangle D E F, comme le rectangle de AB, BC au rectangle de DE, EF. Ce qu'il falloit demonster.



AXIO.

AXIO. 102. Demonstré en la 24. p. 6.

En tout parall. les parallelogrammes descrits sur le diametre ayant vn angle commun au total, sont semblables entr'eux & au total.

AXIO. 103. Demonstré en la 26. p. 6.

Si d'vn parallelogramme on oste vn parallelogramme semblable & semblablement posé au tout, ayant vn angle commun auec le tout, l'osté sera auec le tout sur vn mesme diametre.

PROBL. LII.

Descrire vne figure rectiligne semblable à vne autre donnée, & egale à vne autre proposée.

Soient donnnées deux figures rectilignes A B C & D: & il conuient faire vne figure semblable à celle de A B C: mais egale à celle de D. Sur la ligne A C soit fait le parallelogramme rect. A F egal à la figure rectilig. A B C. Item sur la ligne A E soit descrit le parallelogramme rect. H A egal à la figure D. puis soit trouué A I moyenne proportionelle entre G A, A C: & finalement soit descrit sur ladite ligne A I vne figure semblable à la donnée A B C, & on aura A I k pour la figure requise, comme il est demonstré en la 25. p. 6.

SCHOLIE.

Les costez de la figure A I k se trouueront aussi auec le compas de proportion, sçauoir est trouuant le costé A E du rectangle egal à A B C, & aussi A G autre costé du rectangle H A egal à D, puis la moyenne proportionelle A I, & finalement les costez A k, I k.

DEFI.

Vn parallelogramme appliqué selon quelque ligne droicte, est dit deffaillir d'vn parallelogramme, lors qu'il ne peut occupper entierement la ligne; mais excedder quand il occuppe vne plus grande ligne que celle selon laquelle il est appliqué, en telle sorte toutesfois que le parallelogramme deffaillant ou exceddant, ait vne mesme hauteur que le parallelogramme appliqué, & constitué auec iceluy vn seul parallelogramme.

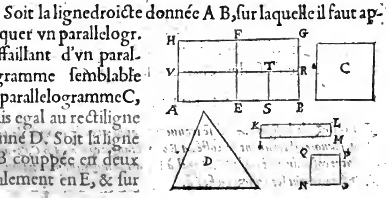
AXIO. 104. Demonstré en la 27. p. 6.

De tous les parallelogrammes descrits sur vne mesme ligne, & deffaillant à icelle d'vn parallelogramme semblable à vn autre descrit sur la moitié de la mesme ligne, le plus grand est celuy qui est descrit sur l'autre moitié de la ligne.

PROBL. LIII.

Sur vne ligne droicte donnée, appliquer vn parallelogramme deffaillant d'vn parallelogramme semblable à vn autre donné, & egal à vne figure rectiligne donnée, laquelle ne soit plus grande que le parallelogramme descrit sur la moitié de la ligne & semblable au donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut appliquer vn parallelogr. deffaillant d'vn parallelogramme semblable au parallelogramme C, mais egal au rectiligne donné D. Soit la ligne A B couppée en deux egalement en E, & sur



la moitié E B, soit descrit le parallelogramme E G semblable à C, puis soit accomply le parallelogramme A B G H: maintenant si A F est egal à D, on a ce qu'on demande: (ce qui se cognoistra reduisant D en parallelogramme, & sur la ligne A E) Que s'il n'est egal à D, il sera plus grand, car il ne peut estre moindre par l'hypot. soit alors trouué l'excés I k L M, puis soit descrit le parallelog. *N P* semblable & semblablement posé à C ou à E G, mais egal à l'excez trouué *I L*. En apres de *B G, B E*, soient couppées *B R, B S*: egales aux costez *O P, O N*: puis soit paracheué le parallelogramme *B R T S*, lequel sera egal à iceluy *N P*, mais semblable & semblablement posé au tout *E G*: & apres auoir continué *R T* iusques en *V*, le parallelogramme *A T* sera celuy requis, comme il est demonstré en la 28. p. 6.

SCHOLIE.

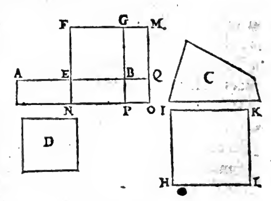
Les costez du parallelogramme A T seront aussi trouuez auec le compas de proportion. Car estant A B couppée en deux egalement, & trouuée B G 4. prop. à celles de C, & E B, sera trouué puis apres l'vn des costez de l'excez I k, & l'autre est egal à A E: puis estant trouué par le Scholie du Probl. precedent, les deux costez N O, O P, soient retranchées de B A, B G, les lignes B S, B R egales à O P, N O, & on aura A S, & S T, qui est egale à B R, pour les costez du parallelogramme requis.

PROBL. *LIV.*

Sur vne ligne droicte donnée, appliquer vn parallelogramme egal à vn rectiligne donné, excedant d'vn parallelogramme semblable à vn autre donné.

Soit A B la ligne donnée, & le rectiligne donné soit C: & il faut sur icelle A B appliquer vn parallelogramme egal

au rectiligne C, excedant d'vn parallelogramme semblable au parallelogramme donné D.



Soit A B couppée en deux egalement en E, & sur la moitié E B soit descrit le parallelogrãme E G semblable à D, puis soit fait le parallelogram. H K egal aux deux D & E G, & semblable à l'vn d'iceux : & d'autant que les costez d'iceluy sont plus grands que F G, F E, soient iceux prolongez à l'egal de K L, L H, & estant acheué le parallelogramme F O, soit prolongé G B & A B jusques en *P*, *Q*, & paracheuant le parallelogramme A O, iceluy sera egal au rectiligne C, & appliqué selon la ligne A B, excedant du parallelogramme B O semblable au donné D, comme il est demonstré en la 24. prop. 6.

SCHOLIE.

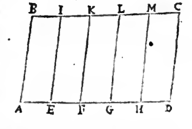
Il est euident que les costez du parallelogramme A O *seront aussi trouués auec le compas de proportion : Car premierement sera trouué* B G *quatriéme proportionelle aux costez de* D, *&* *à* E B *: puis seront trouués les costez* H I, I K, *du parallelogramme* H K *: & estant osté de* H L, B E, *restera le costé* E N *ou* Q O *son egal, mais estant adiointé* H L *à* A E, *on aura l'autre costé* A Q.

PROBL. *LV.*

Estant donné vn parallelogramme, le diuiser en tant de parties egales qu'on voudra par lignes paralleles aux deux costez opposites.

Soit le parallelogramme donné A B C D, qu'il faut diui-

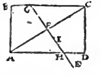
uiser en cinq parties egales par lignes paralleles aux deux costés opposites AB, DC. Soit diuisé l'vn des deux autres costés, sçauoir AD en 5. parties egales aux points E, F, G, H; puis d'iceux soient menées EI, FK, GL, & HM, paralleles à icelle AB, & le parallelogrâme AC sera couppé par icelles paralleles ainsi qu'il estoit requis: car les parallelogrammes AI, EK, FL, GM & HC, sont egaux par la 38. p. I. ou I. p. 6. qui sont les Axiomes 27. & 84. Ce qu'il falloit faire.



PROBL. *LVI.*

Diuiser vn parallelogramme en deux egalement par vne ligne droicte tirée d'vn poinct donné, soit ou dehors ou dedans iceluy, ou au costé.

Soit le parallelogramme ABCD, qu'il faut premierement coupper en deux egalement par vne ligne droicte tirée du poinct E hors d'iceluy. Soit tiré le le diametre AC, & soit couppé iceluy en deux egalement en F, puis de E par F soit menée EG, & elle couppera le parallelogramme donné en deux egalement: Car d'autant que par la 29. p. I. ou Axiome 6. l'angle CGF est egal à l'angle AHF, & par la 15. p. I. ou Axiome 3. l'angle CFG est egal à l'angle AFE, & le costé AF egal au costé CF, les costez GF, FH, seront egaux par la 26. p. I. ou Axiome 14. & par la 4. p. I. les triangles GFC, AFH seront aussi



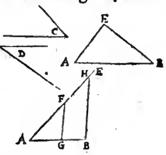
egaux, donc leur adiouſtant le trapeſe commun A B G F, le triangle A B C ſera egal au trapeſe A B G H: mais le triangle B A C eſt moitié du parallelogramme A B C D, par la 34. p. 1. ou 23. Axiome, donc auſſi le trapeſe A B G H ſera moitié d'iceluy parallelogramme.

En la meſme maniere on diuiſera le parallelogramme en deux egalement, par la ligne H I G, menée par le poinct interieur I, ou bien du poinct H au coſté.

PROBL. *LVII.*

Sur vne ligne droicte donnée, deſcrire vn triangle ayant deux angles egaux à deux angles donnez, mais il faut qu'ils ſoient moindres que deux droicts.

Or les deux angles donnez ſe deuront faire tous deux ſur la baſe, ou bien vn ſeulement: qu'il faille donc premierement faire ſur la ligne A B donnée, vn triangle ayant les deux angles ſur la baſe egale aux deux dónez C & D. Soient faits ſur ladite lig. A B les deux angles B A E, A B E, egaux aux deux donnez, continuant les lign. juſques à ce qu'elles s'entrecouppent en E, & ſera fait le triangle A E B, tel qu'il eſtoit requis, comme il eſt manifeſte par la conſtruction.



Secondement, qu'il faille faire ſur A B vn angle egal à C, & celuy du ſommet egal à D. Soit fait au poinct A l'angle *B A E* egal à C, puis ſur *A E* comme au poinct *F*, ſoit fait l'angle *A F G* egal à *D*: & d'autant que la ligne *F G* ne s'eſt rencontrée à l'extremité *B*, ſoit d'iceluy poinct *B* me-

née *B H* parallele à *G H*, & le triangle *A H B* sera tel qu'il estoit requis. Car par la construction l'angle *A* est egal à *C*: & veu que les lignes *F G*, *H B*, sont paralleles, les angles *A F G*, *A H B*, sont egaux par la 29. p. 1. ou 6. Axiome, mais *A F G* par la construction est egal à *D*. Donc aussi l'angle *A H B* est egal à *D*. Ce qu'il falloit faire.

SCHOL.

Les donnés estans en nombres, on descrira aussi facilement le triangle: car les trois angles d'iceluy seront cogneus, & par consequent on n'aura qu'à descrire sur A *&* B *deux angles egaux à ceux de dessus la base, & on formera le triangle.*

Or nous mettrons icy comment estans cogneus deux angles & vn costé d'vn triangle, nous cognoistrons les deux autres costez.

Soient premierement trouués les Sinus d'vn chacun angle du triangle, puis apres soient faites deux regles de trois au premier terme de chacune desquelles soit mis le Sinus de l'angle opposé au costé donné, au deuxiéme lieu iceluy costé donné, & au troisiéme terme le Sinus de l'angle opposé au costé qu'on voudra trouuer, & viendra au produict de chacune regle de trois le costé requis.

Autrement, si le triangle donné est oxigone, ou bien s'il est ambligone, & que le costé donné soit l'vn des deux comprenant l'angle obtus, vous ouurirez le compas de proportion de la grandeur de l'vn des angles aigus, puis soit trouué la perpendiculaire tombant du nombre des parties du costé donné sur la iambe opposite, & ayant ouuert le compas de proportion de la grandeur de l'autre angle aigu, soit pris la perpendiculaire trouuée auec le simple compas, & soit posé l'vne des poinctes d'iceluy sur l'vne des iambes dudit compas de proportion, sur tel nombre que l'autre poincte tombe perpendiculairement sur l'autre iambe, & ce nombre là sera le nombre des parties de l'vn des costez incogneus, & prenant auec le simple compas le nombre du costé donné, & posant l'vne des poinctes sur l'vne des iambes au dernier nombre trouué, le nombre sur lequel ira tomber l'autre poincte dudit simple compas sur l'autre iambe, sera celuy des parties de l'autre costé demandé. Mais le triangle estant ambligone, & que le costé opposite à l'angle obtus soit celuy donné, il faudra trouuer la perpendiculaire, puis ayant ouuert le compas du complément, ache-

uer comme dessus.

Autrement, il faudra doubler les nombre des angles donnés, (obseruant que s'il y en a d'obtus, de prendre le complément au lieu d'iceluy) puis faire deux regles de trois sur le costé des degrés, mettant au premier terme de chacune d'icelle le double de l'angle opposé au costé donné, au deuxiesme terme iceluy costé donné, & au troisiesme terme le double de l'angle opposé au costé qu'on voudra trouuer, & viendront les costez requis: c'est à dire, qu'ayant mis le costé cogneu à l'ouuerture du double des degrez desdits angles opposez, l'ouuerture du double de chacun des deux autres angles, donnera son costé opposé.

PROBL. *LVIII.*

Estant donnée la base d'vn triangle, vn angle de dessus icelle, & la hauteur d'iceluy triangle, trouuer le triangle.

Soit donné A B, sur laquelle il faut descrire vn triangle ayant vn angle au dessus d'icelle egal à l'angle C, & que la hauteur d'iceluy triangle soit egale à D. Soit fait au poinct A l'angle B A E egal au donné C, puis soit à iceluy poinct A esleuée la perpendiculaire A F egale à D, & du poinct F soit menée E F parallele à A B, jusques à ce qu'elle rencontre A E interminée, & estant tirée E B, le triangle A E B sera le requis. Car par la construction, l'angle B A E est egal à C, & ayant mené E G parallele à F A, elle luy sera aussi egale par la 34. p. 1. ou axiome 23. mais icelle F A est egale à D, donc aussi E G qui est la hauteur du triangle A B E. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

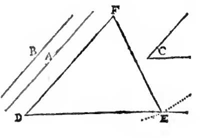
Nous pourrons trouuer aussi les costez du triangle auec le compas de proportion, soit que les données soient declarées en lignes simplement, ou qu'ils soient

ſoient ſpecifiées par nombres, comme pour exemple. Soit A B *de* 50, D *de* 29, *& l'angle* C *de* 45 : *deg. & il faut trouuer les deux autres coſtez du triangle: premierement ſoit ouuert le compas de proportion de* 45 *degrés, puis ſoit portée* D *à tel poinct de l'vne des iambes, qu'elle tombe perpendiculairement ſur l'autre iambe, & trouuant que c'eſt du nombre* 41, *tel ſera le coſté* A E ; *& prenant l'ouuerture de* 41 *&* 50, *on aura le coſté* E B *de* 30 $\frac{1}{3}$, *ou enuiron.*

PROBL. *LIX.*

Eſtans donnés les deux coſtés d'vn triangle, & l'vn des angles de deſſus la baſe; trouuer le triangle.

Soient A & B les deux coſtez d'vn triangle, & C l'vn des angles de deſſus la baſe: & il faut deſcrire le triangle, ſoit tirée la ligne D E indeterminée, & ſur icelle au poinct D, ſoit fait l'ang. EDF egal à C, puis ayant fait D F egale à A, du centre F, & interuale B, ſoit deſcrit vn arc, qui couppe D E en E : quoy fait ſoit tirée la ligne droicte F E, & le triangle D E F ſera le requis, comme il eſt manifeſte par la conſtruction.



SCHOL.

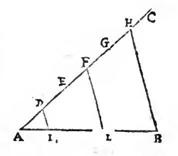
La baſe D E ſera auſſi trouuée auec le compas de proportion : car iceluy compas eſtant ouuert de l'angle donné, il ne faudra que prendre le coſté opposé à l'angle donné, & poſant l'vne des poinctes du ſimple compas à l'extremité de l'autre coſté, ou l'autre poincte ira tomber ſur l'autre iambe, ſera monſtré la grandeur de la baſe.

Que ſi les deux angles cogneus eſtoient auſſi requis, ils ſeront aiſément trouués, par ce qui a eſté enſeigné au Scholie du Probleme 9.

PROBL. LX.

D'vne ligne droicte donnée, oster la partie demandée.

Soit la ligne droicte donnée AB, de laquelle il faut oster la cinquiéme partie. Du poinct A soit menée la ligne AC tant grande qu'on voudra, faisant angle auec AB, & en icelle AC soiét prises cinq grandeurs egales, sçauoir AD, DE, EF, FG & GH, & apres auoir mené BH du poinct D, soit menée la ligne DI parallele à HB, & AI sera la cinquiéme partie de la ligne AB requise à coupper. Ce qui est demonstré à la 9. p. 6.



SCHOLIE.

Nous ferons la mesme chose auec le compas proportion, prenant ladite ligne AB & la portant à l'ouuerture d'vn nombre qui ait la partie requise, comme en cét exemple, où est requis la cinquiéme partie, soit posée icelle AB à l'ouuerture de 100, & prenant l'ouuerture de 20, qui est la cinquiéme partie de 100: nous aurons la cinquiéme partie d'icelle AB.

Que s'il eust fallu oster de ladite ligne AB plusieurs parties, comme pour exemple $\frac{3}{5}$, il eust falu tirer la parallele FL, & le segment AL eusté les $\frac{3}{5}$ parties de ladite AB. Ou bien prendre au compas de proportion l'ouuerture de 60, qui sont les $\frac{3}{5}$ de 100, à l'ouuerture desquels a esté transferée ladite ligne AB.

COROLL.

Par les choses dessusdites, il est euident qu'estant proposé à coupper vne ligne droicte en tant de parties egales qu'on voudra, il sera aisé de ce faire tant Geometriquement que mechaniquement, auec le compas de prop.

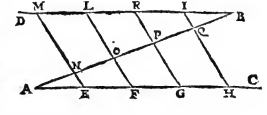
Or outre la maniere cy dessus declarée, pour coupper vne ligne droicte

en tant de parties egales qu'on voudra,& delaissant plusieurs autres manieres,nous adjousterons encore la suiuante.

PROBL. LXI.

Estant donnée vne ligne droicte, la coupper en tant de parties egales qu'on voudra.

Soit la ligne donnée *AB*, qu'il faut coupper en cinq parties égales: de l'extremité *A* soit menée la ligne *AC* tant qu'il sera de besoin, faisant ang. auec *AB*, puis de l'extremité *B* soit menée *BD* parallele à *AC*, & de *AC* soient couppées



quatre parties egales *AE,EF,FG* & *GH*, qui est vne partie moins que celles esquelles il faut coupper la ligne donnée, & du poinct *B* en *BD*, soient prinses aussi les quatre parties *BI,IL,LM,MN*, egales à celles de la ligne *AC*: puis estant menées les lignes *EM*, *FL*, *GK* & *HI*, elles coupperont la ligne *AB* en cinq parties egales. Car puis que les lignes *EF*, *ML* sont paralleles entr'elles, par la 33. p.1. *ME*,*LF*, seront aussi paralleles entr'elles: & par mesme raison *LF*,*KG*, *HI*, seront pareillement paralleles. Veu donc que *AH* est couppée en quatre parties egales, *AQ* le sera aussi. Par mesme raison *BN* sera encore diuisée en quatre parties egales, par ce que *BM* a esté couppée en autant de parties egales. Parquoy veu que tant *AN* que *BQ* sont egales à chasque parties, *NO*,*OP*,*PQ*; toutes les cinq parties *AN*, *NO*,*OP*, & *QB*, seront egales entr'elles. Ce qu'il falloit faire.

PROBL. *LXII.*

Coupper semblablement vne ligne droicte donnée non couppée, à vne autre ligne droicte donnée & couppée.

Soit la ligne droicte donnée & couppée *A* C, sçauoir est en *D*, *E*, & la ligne non couppée *A B*, laquelle il faut coupper en parties semblables & proportionelles aux parties de la couppée. Soient accommodées icelles lignes données, en sorte qu'elles fassent vn angle *B A* C, & apres auoir conioint *B* C, soient menées *DF*, *EG*, paralleles à *BC*, & *AB* sera semblablement couppée en *F* & *G*, comme est couppée *A C* en *D* & *E*, ainsi qu'il est demonstré en la 10. p. 6.

E C D A F G B

SCHOLIE.

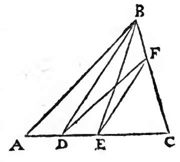
Le mesme se fera aisément auec le compas de proportion, appliquant la ligne couppée sur iceluy, & faisant l'ouuerture de l'extremité d'icelle ligne couppée de la grandeur de la non couppée, & prenant puis apres les ouuertures des parties de la ligne couppée, & les transferant sur la non couppée.

PROBL. *LXIII.*

D'vn poinct donné en l'vn des costez d'vn triangle proposé, tirer vne ligne droicte qui couppe le triangle en deux egalement.

Soit le triangle A B C, & le poinct donné D au costé A C: & il faut de D mener vne ligne droicte qui couppe le triangle en deux parties egales.

Que si le poinct D couppe A C en deux egalement, ayant mené D B, elle couppera le triangle en deux parties egalement: Mais si D ne diuise A C en deux egalement, soit icelle A C couppée en deux egalement en E, & d'iceluy soit menée E F parallele à D B, couppant B C en F, & ayant conjoint D F, le triãgle A B C sera couppé en deux egalement par icelle D F. Car ayant mené B E, les triangles F D E, E B F, seront egaux, par la 38. p. 1. ou Axiome 27, puis qu'ils sont sur mesme base E F, & entre mesmes paralleles E F, D B: Adjoustant donc le commun C E F, les tous B E C, C D F, seront egaux: mais B E C est la moitié du tout A B C, donc aussi C D F est la moitié du mesme triangle A B C. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

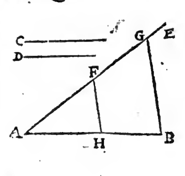
Il sera aussi fort aisé de trouuer le poinct F, par le moyen du compas de proportion: Car ayant couppé A C en deux egalement en E. Il ne faut que trouuer C F 4. proportionelle aux trois C D, C E, B C.

PROBL. *LXIV.*

Coupper vne ligne droicte donnée en deux parties, qui soient entr'elles selon vne raison donnée.

Soit la ligne droicte donnée A B, qu'il faut coupper en deux parties, qui ayent telle raison entr'elles, que C à D: du poinct A, soit menée A E faisant angle auec A B, & d'i-

celle A E soit couppée A F egale à C, & F G egale à D, en apres soit menée B G, & estant tirée H F parallele à icelle G B, la ligne A B sera couppée en H selon la raison de C à D : comme il est euident par la 2. p. 6. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

Le mesme se fera aussi auec le compas de proportion, sçauoir est transferant la raison donnée sur l'vne des iambes, & posant à l'ouuerture de l'extremité d'icelle, la ligne A B, & l'ouuerture de l'extremité de C donnera le segment A H.

DEF.

Raison composée, est lors qu'on prend l'antecedent auec le consequent comme vne mesme chose, pour le comparer au mesme consequent.

Mais raison diuisée, est lors qu'on prend l'excés par lequel l'antecedent surpasse le consequent pour le comparer à icelny mesme consequent.

AXIO. 105. *Demonstré en la 17. p. 5.*

Si les grandeurs composées sont proportionelles, icelles diuisées seront aussi proportionelles.

AXIO. 106. *Demonstré en la 18. p. 5.*

Si les grandeurs diuisées sont proportionelles, icelles composées seront aussi proportionelles.

PROBL. *LXV.*

D'vn poinct donné au costé d'vn triangle, mener vne ligne droicte qui diuise le triangle en deux segmens, selon vne raison donnée.

Soit le triangle A B C, & le poinct donné D, duquel il

faut mener vne ligne droicte qui diuise ledit triangle en deux segmens, selon la raison de E à F. Soit diuisée A C selon la raison donnée en G, puis ayant mené D B soit menée G H parallele à icelle, & soit tirée D H, & icelle coupera le triangle en deux segmens, qui seront entr'eux selon la raison donnée: Car estant tirée G B, les triangles G H D, G H B, seront egaux par la 37. p. 1. ou Axiome 37: veu qu'ils sont sur mesme base, & entre mesmes paralleles, & adjoustant le commun A H G, les touts A H D, A B G, seront aussi egaux: parquoy comme A B C sera à A B G, ainsi aussi à A H D, par la 7. p. 5. ou Axiome 81. Donc en diuisant G B C sera à A B G, ainsi que le trapese C D H B, au triangle D H A, par la 17. p. 5. qui est l'Axiome 105. & en changeant comme A B G à G B C, ainsi A H D au trapese C D H B. mais par la 1. p. 6. ou Axiome 84. A B G est à G B C, comme *A* G à *G* C: donc aussi *A H D* sera au trapese *C D H B*, comme A G à G C, c'est à dire comme E à F. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Il sera aisé de trouuer auec le compas de proportion le poinct H, pour d'iceluy tirer la ligne HD requise: Car il ne faudra que coupper A C en G, selon la raison donnée: puis trouuer A H quatriéme proportionelle aux trois A D, A G, A B.

PROBL. *LXV.*

D'vn angle d'vn triang. mener vne ligne droicte qui diuise le triangle selon vne raison donnée.

Soit le triangle ABC, & il faut de l'angle B mener vne li-

gne droicte qui diuise le triangle selon la raison de D à E. Soit couppé A C costé opposite à l'angle B en F, selon la raison de D à E, puis soit menée BF, & icelle diuisera le triangle, selon le requis, comme il est euident par la 1. p. 6. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Le poinct F sera aussi trouué auec le compas de proportion, veu qu'auec iceluy se peut faire la mesme construction que dessus.

PROBL. LXVII.

Diuiser vn triangle en tant de parties egales qu'on voudra, d'vn poinct donné en l'vn de ses costez.

Soit le triangle A B C, & le poinct donné D au costé A C, & il faut d'iceluy poinct D diuiser le triangle en quatre parties egales. Soit menée D B, & couppé A C en quatre parties egales és poincts E, F, G, & d'iceux soient menées EH, FI, & G K paralleles à D B, & ayant mené D H, I D, D K, le triangle A B C sera diuisé en quatre parties egales. Car il est manifeste par ce qui a esté demonstré au 65. probleme, que le triangle A D H est vn quart de tout le triangle donné : c'est à dire que le triangle A D H est au triangle A B C, comme A E à A C : mais que le triangle A I D est la moitié de tout le triangle A B C, c'est à dire que le triangle A I D est au triangle A B C, comme A F à A C. Finalement que le quadrilataire A B K D comprend les trois quarts de tout le triangle;

c'est.

c'eſt à dire que A B K D eſt au triang. A B C comme A G à A C, dont s'enſuit que D K C eſt vn quart du meſme triangle A B C. Ce qu'il falloit faire.

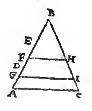
SCHOL.

Les trois poincts H, I, K, ſeront auſſi trouuez auec le compas de proportion, ſçauoir eſt, conppant A C en quatre parties egales és poincts E, F, G, puis trouuant la quatriéme proportionelle A H, aux trois A D, A E, A B; & A I aux trois A D, A F, A B; & C K aux trois C D, C G, C B.

PROBL. *LXVIII.*

Diuiſer vn triangle donné en autant de parties egales qu'on voudra, par lignes paralleles à l'vn de ſes coſtez.

Soit le triangle *A B* C, qu'il faut diuiſer en trois parties egales par lignes paralleles au coſté A C: ſoit couppé A B en trois parties egales és poincts D & E: puis par le 41. probleme ſoit trouué B F moyenne proportionelle, entre A B & B E, puis derechef *B G*, moyenne proportionelle entre A *B* & *B D*. Finalement ayant tiré de F & G les lignes F H, G I paralleles à A C, le triangle A *B* C ſera diuiſé en trois parties egales: Car d'autant que le triangle *F B H* eſt ſemblable au triangle A *B* C, par le Corollaire de la 4. p. 6. les triangles A B C, F B H, ſeront entr'eux comme A B à B E, par le Cor. de la 19. p. 6. pource que les trois A B, B F, B E, ſont coſtez proportionels: mais B E eſt vn tiers de A B, donc auſſi le triangle F B H eſt le tiers du triangle A B C. Nous demonſtrerons en la meſme maniere, que le triangle A B C eſt au triang. G *B* I comme A *B* à *B* D: car les trois



A B, B G, B D, sont aussi costez proportionels. Parquoy, veu que B D contient les deux tiers de A B, aussi le triangle G *B I* contiendra les deux tiers du triang. ABC, & partant puis que le triangle FBH est vn tiers du triang. A B C, le quadrilataire G F H I est aussi vn tiers du mesme triangle A B C, & par consequent l'autre quadrilataire AGIC est l'autre tiers d'iceluy triangle ABC. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

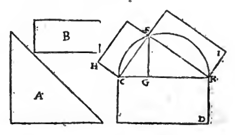
Faisant la mesme construction auec le compas de proportion, on trouuera aussi les poincts F & G, desquels estans tirées les paralleles F H, GI, on aura le requis.

Que si on vouloit diuiser le triangle selon quelque raison donnée, il ne faudroit que coupper A B selon icelle raison, puis apres paracheuer le tout comme dessus.

PROBL. LXIX.

D'vn rectiligne donné, oster vne partie demandée en telle sorte toutesfois, que l'osté & aussi ce qui restera soit semblable & semblablement posé à vn rectiligne donné.

Soit le rectiligne donné A, duquel il faut oster la troisiéme partie, laquelle soit semblable & semblablement posée au rectiligne B, & le reste soit aussi semblable & semblablement posé au mesme rectiligne B. Soit construict le rectiligne CD egal à A, mais semblable & semblablement



posé à B, & sur son costé CE soit descrit vn demy cercle CFE; puis ayant pris CG troisiéme partie de CE, soit tirée GF perpendiculaire à CE, & estant tirées les lignes CF, EF, soient construits sur icelles les rectilignes HF & FI semblables & semblablement posés à B ou CD. Ie dis que le rectiligne HF est la troisiéme partie de CD ou de A, & le rectiligne FI le reste; & icelles figures estre semblables & semblablement posées à B: Car puis que par la 31. p. 3. ou 1. Axiome, l'angle CFE est droict, le rectilig. CD sera egal aux rectilignes HF, FI, par la 31. p. 6. qui est l'Axiome 92. & partant si on oste le rectiligne HF semblable & semblablement posé à B de CD, c'est à dire de A, restera le rectiligne FI, aussi semblable & semblablemẽt posé à iceluy B. Or par la 8. p. 6. & 91. Axiome, les triangles EGF, CFE, sont semblables, & partant par la 4. p. 6. ou Axiome 87. comme EG à GF, ainsi EF à CF: mais EG est à GC en raison doublée de EG à GF; car les trois lignes EG, GF, CG, sont proportionnelles par le Corollaire de ladite 8. p. 6. Item le rectiligne IF est aussi au rectiligne HF en raison doublée des costez homologues EF, CF, par la 20. p. 6. qui est l'Axiome 98. & partant comme EG à CG, ainsi le rectiligne FI au rectilig. HF: donc en composant comme CE à CG, ainsi les deux rectilignes FI, HF ensemble: c'est à dire CD au rectiligne HF; mais CE est triple de CG par la construction: donc aussi le rectiligne CD sera triple du rectiligne HF; & partant iceluy HF est la troisiéme partie de CD, ou de A. Ce qu'il falloit faire.

SCHOL.

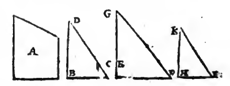
Les costez des deux rectilignes HF, FI, seront aussi trouuez auec le compas de proportion, sçauoir est trouuant premierement les costez de CD, puis

ayant couppé C G, trouuant G F moyenne proportionelle, puis apres C F, & F E: & finablement C H, & E I.

PROBL. *LXX.*

Estans données deux figures rectilignes, en trouuer vne troisiéme à icelles proportionelles.

Soient donnés les deux rectilignes *A* & *B C D*, ausquels il en faut trouuer vn troisiesme proportionel, soit constitué le rectiligne *E F G*, egal à *A*, mais semblable & semblablement posé à *B C D*, puis soit trouué *H I* troisiesme proportion. aux costez homologues E *F*, *B*C, & estans sur icelle *H I* constitué le rectiligne *H I K*, semblable & semblablement posé à *B C D*; iceluy sera troisiéme proportionel aux donnés: Car puis que *E F*, *BC*, *HI*, sont proportionels, les rectilignes *E F G*, *B C D*, *H I K*, descrites sur icelles lignes, seront aussi proportionels par la 22. p. 6. qui est le 100. Axiome: donc puis que *E F G* est egal à *A*, les rectilignes *A*, *B C D*, *H I K* seront aussi proportionels. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

Veu que la mesme construction que dessus, se peut faire auec le compas de proportion, les costez du rectiligne H I K seront trouués auec iceluy.

PROBL. *LXXI.*

Estans donnés trois rectilignes, en trouuer vn 4. proport. à iceux.

Soient les trois rectilign. donnés A, BCD, EFG, ausquels

il en faut trouuer vn quatriéme proportionel. Soit cõstruit le rectiligne H K I egal à A, mais semblable & semblablement posé à B D, puis estant trouué L M quatriéme proportionel aux trois lignes I H, B C, E F, soit construit sur icelle LM, le rectiligne L N M semblable & semblablemẽt posé à E G F, & iceluy sera le quatriéme proportionel requis : Car puis que les 4. lignes H I, BC, EF, LM, sont proportioneles, les figures sẽblables & semblablement posées sur icelles, seront aussi proportionelles par la 22. p. 6. ou Axiome 100. Veu donc que H K est egal à A, les quatre rectilignes A, B D, E G F, L N M, seront aussi proportionels. Ce qu'il falloit faire.

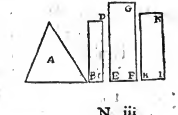
SCHOLIE.

Veu que la mesme construction que dessus, se peut faire auec le compas de proportion, les costez du rectiligne N O P seront trouuez auec iceluy.

PROBL. LXXII.

Estans donnés deux rectilignes, en trouuer vn moyen proportionel.

Soient donnés les deux rectilignes A & B D, ausquels il en faut trouuer vn moyen proportionel. Soit construit le rectiligne EFG semblable & semblablement posé au rectiligne B D, mais egal au rectiligne A ; puis estant



trouué H I moyen proportionel entre E F, B C, soit construit sur icelle HI, le rectiligne H I K semblable & semblablement posé à B D : & iceluy rectiligne sera le requis: Car puis que les trois lignes E F, H I, B C, sont proportionelles, les rectilignes E F G, H I k, B C D, descrits sur icelles, semblables & semblablement posés seront aussi proportionels par ce qui est demonstré en la 22. p.6. ou Axiome 100. Veu donc que le A & E G sont egaux, les rectilignes A, HI k, B D, sont pareillement proportionaux, & partant HK est moyen proportionel entre A & B D. Ce qu'il falloit faire.

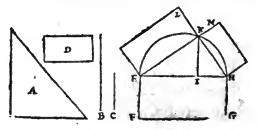
Scholie.

Veu que la mesme construction que dessus se peut faire auec le compas de proportion, les costeZ du rectiligne H I K, seront aussi trouués auec iceluy compas.

Probl. LXXIII.

Construire deux rectilignes egaux à vn rectiligne donné, lesquels soient semblables & semblablement descrits à vn autre rectiligne donné, & qui ayent entr'eux vne raison proposée.

Soient donnés le rectiligne *A*, & la raison de *B* à C : & il faut constituer deux rectilignes qui soient egaux à iceluy A, & qui soient entr'eux selon la raison de B à C, mais semblables & semblablement posés au rectilig.



D. Soit construit le rectiligne E G egal à A, mais semblable & semblablement posé à D, puis estant diuisé E H en I selon la raison de *B* à C, soit descrit sur icelle *E* H le demy cercle E K H, & de I soit menée perpendiculairement I k, puis estant menées les lignes E k, H k, soient descrits sur icelles les rectilignes E L, H M, semblables & semblablement posés à D, & icelles seront les rectilignes requis: Car l'angle E k H, estant droict par la 31. p. 3. les rectilignes EL, HM, seront egaux au rectiligne EG par la 31. p. *6*. ou Axiome *92*. puis qu'ils sont entr'eux semblables & semblablement descrits, & par la 4. p. *6*. ou Axiome 87. comme E I est à I k, ainsi E k à k H: car les triangles sont semblables, mais E I est à I H en raison doublée de la raison de E I à I k, d'autant que E I, I k, I H, sont proportionelles par le Corollaire de la 8. p. 6. Item E L est à H M en raison doublée des costez homologues E K, K H, par la 20. p. *6*. ou 98. Axiome: donc comme E I sera à I H; c'est à dire B à C, ainsi E L à H M. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

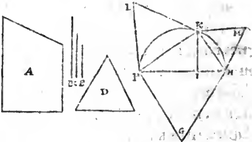
Les costez des deux rectilignes E L, H M, seront aussi trouués auec le compas de proportion, sçauoir est premierement les costez de E G, puis ayant couppé E H selon la raison de B à C, sera trouué la moyenne proportionelle I K, puis apres les costez E k, H k, & finalement les costez k L, K M.

PROBL. *LXXIV.*

Construire deux rectilignes egaux à vn rectiligne donné, mais semblables & semblablement descrits à quelconque rectiligne, & que les costez homologues d'iceux, soient entr'eux selon vne raison donnée.

Soient donnés le rectiligne A, & la raison de *B* à C, & il

faut construire deux rectilignes egaux à *A*, mais semblables & semblablement descrits à D, desquels les costez homologues soient entr'eux comme *B* à *C*. Soit trouué *E* troisiéme proportionele à *B*, C, & descrit le rectiligne *FGH* egal à *A*, mais semblable & semblablement posé à D, puis le costé *FH* estant diuisé en *I*, selon la raison de *B* à *E*, soit descrit sur *F H* le demy cercle *FKH* & de *I* menée perpendiculairement *IK*; soient puis apres menées les lignes F*K* & *HK*, & sur icelles descrit les rectilignes *FLK*, & H*Mk*, semblables & semblablement posées à D, lesquelles figures rectilignes seront les requises: Car d'autant que par la 31. p. 3. ou Axiome 1. l'angle FkH est droict, les rectilignes FkL, HkM, seront egaux au rectiligne FGH, par la 31. p. 6. ou Axiome 92. & partant au rectiligne A, mais par la 4. p. 6. ou Axiome 87. comme FI est à Ik, ainsi Fk à kH: car les triangles sont semblables par la 8. p. 6. ou 91. Axiome, & pour ce que par le Coroll. d'iceluy, les lignes *FI*, *I*k, *I*H, sont proportionelles, *FI* est à *I*H en raison doublée de *F*I à Ik, & partant en raison doublée des costez homologues *FK*, KH. Or la raison de *B* à *E* est telle que de *F*I à IH: c'est à dire en raison doublée de *B* à C, donc il y aura mesme raison de *F*k à kH, que de *B* à C, puis que les raisons doublées d'icelles *F*I à I*K*, & *B* à *E* sont egales, mais par la 19. p. 6. ou Axiome 97. les rectilignes *Fkl*, HkM, sont aussi en raison doublée de *F*K à kH; donc



comme

comme B à C, ainsi F k L, à H k M. Ce qu'il falloit faire.

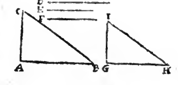
SCHOLIE.

Les costez des rectilignes F k L, H k M, seront aussi trouvez auec le compas de proportion, faisant auec iceluy la mesme construction que dessus, & estans bien entendus les Scholies des Problemes precedens.

PROBL. LXXV.

Descrire vn rectiligne semblable & semblablement posé à vn rectiligne donné, plus grand ou moindre selon vne raison donnée.

Soit le rectiligne donné A B C: & il en faut descrire vn plus grand, semblable & semblablement posé, selon la raison de D à E. Soit trouué F quatriéme proportionele aux trois D, E, A B, puis G H moyen proportionele entre AB, F, sur laquelle G H, soit descrit le rectiligne G H I semblable & semblablement posé à A B C; & il sera le rectiligue requis: Car puis que les trois lignes A B, G H, & F sont proportionelles, comme A B sera à F; c'est à dire comme D à E, ainsi le rectiligne ABC au rectilig. GHI, par la 19. p. 6. ou 97. Axiome. Ce qu'il falloit faire.



Non autrement, faudroit-il proceder pour descrire le rectiligne G H I moindre que A B C, selon la raison de E à D, & semblable & semblablement posé à iceluy A B C.

SCHOL.

Veu que la mesme construction que dessus se peut faire auec le compas

de proportion, il est manifeste qu'auec iceluy seront trouuez les costez du rectiligne G H I.

Or par cette mesme maniere, nous constituerons vn quarré, ou quelconque autre rectiligne, double d'vn autre donné, ou triple, ou quadruple, &c. ou bien qui soit moitié, tiers, ou quart, &c. Car si on prend la raison de D à E, comme 1 à 2, ou 1 à 3, ou 1 à 4. ou bien comme 2 à 1, ou 3 à 1, ou 4 à 1, &c. en paracheuant comme dessus, on aura vn rectiligne semblable & semblablement posé au donné, & double, ou triple, ou quadruple, &c. ou bien moitié, tiers, ou quart, &c. d'iceluy

Cette augmentation ou diminution se fera encore plus promptement, comme ensuit. Si on veut descrire vn rectiligne semblable, & semblablement posé à A B C, mais moitié d'iceluy. Soit prise la ligne D, moitié de A B, (ou bien tiers, quart, double, triple, &c. selon le requis) & ayant trouué G H, moyenne proportionelle entre A B & D, soit descrit sur icelle le rectiligne G H I, semblable, & semblabl. posé à A B C, & iceluy sera moitié de ABC.

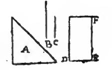
Car puis que les trois lignes A B, GH, D sont proportionelles, AB sera à D en raison doublée de A B à G H: mais les rectilignes A B C, G H I sont aussi en raison doublée de leurs costez homologues AB, GH; il y a donc mesme raison de A B à D, que de A B C à G H I: mais A B est double de D: Donc A B C, est aussi double de G H I, ainsi qu'il falloit faire.

Cecy se fera aussi facilement auec le compas de proportion, s'aidant de la ligne des plans en cette maniere. Soit pris A B, & soit posée à l'ouuerture du deuxiéme plan, (puis que nous voulons vn plan qui soit moitié de A B C) & l'ouuerture du premier plan donnera G H, mais ayant posé A C, à ladite ouuerture du deuxiéme plan, l'ouuerture du premier donnera G I, & ainsi des autres costez.

PROBL. *LXXVI.*

Estant donné vn rectiligne, en trouuer vn autre egal à iceluy, & dont les costez soient entr'eux selon vne raison donnée.

Soit donné le rectiligne A: & il en faut construire vn autre egal à iceluy, mais dont les costez soient entr'eux selon la raison de B à C.



Soit fait vn parallelogramme de B & C; puis soit descrit le parallelogramme D E F egal au rectiligne A, mais semblable à celuy de B & C, & iceluy sera le requis, comme il est euident par la construction.

SCHOLIE.

D'autant que la mesme construction se peut faire auec le compas de proportion, les costez de D F seront trouuez auec iceluy.

Or en la mesme maniere, nous descrirons vn rectiligne egal à vn rectiligne donné, & dont les costez soient entr'eux selon vne proportion donnée, sçauoir est, constituant le rectiligne, d'autant de costez qu'il y aura de termes en la proportion, & proportionnaux ausdits termes.

PROBL. *LXXVII.*

Estans donnez deux rectilignes, & vne ligne droicte; trouuer vne autre ligne droicte, à laquelle soit la donnée comme l'vn des rectilignes donnez à l'autre.

Soient donnez les deux rectilignes A B C & D, & aussi la ligne droicte E: & il faut trouuer vne autre ligne droicte, à laquelle soit E, comme le rectiligne A B C, au rectilig. D.

Soit construit le rectiligne F G H egal à D, mais semblable à A B C; puis soit trouuée I, troisiéme proportionelle aux costez homologues *A B*, *F G*; & *K* quatriéme proportionele aux trois *AB*, *I*, *E*, laquelle sera la ligne requise.

Car puis que par la construction *AB*, *F G*, *I*, sont proportionelles, *A B* sera à *I*, comme le rectiligne *A B C* est au rectiligne F G H, par le Corollaire de la 19. p. 6. mais *ABC*

est à *I*, comme *E* à *K*: donc comme le rectiligne *A B C* est au rectiligne *F G H*, c'est à dire *D*, ainsi la ligne *E* est à la ligne *K*. Ce qu'il falloit faire.

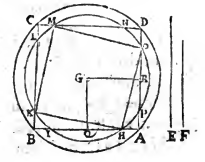
SCHOL.

La mesme ligne K sera aussi trouuée auec le compas de proportion: veu que la mesme construction que dessus se peut faire auec iceluy.

PROBL. LXXVIII.

Estant donné vn quarré, descrire dans iceluy vn autre quarré selon vne raison donnée d'inegalité majeur, laquelle ne soit toutesfois plus grande que double.

Soit donné le quarré *A B C D*, dans lequel il faut descrire vn autre quarré auquel celuy dóné, soit selon la raison de *E* à *F*. Soit trouué vn quarré, auquel le dóné soit comme E à F. Du centre G & interuale de la semidiagonalle d'iceluy quarré trouué, soit descrit vn cercle lequel couppera les costez du quarré donné, és poincts H, I, K, L, M, N, O, *P*, & estans menées les quatre lignes droi-



Hk, kM, MO, OH, le quadrilatere H k M O, será le requis. Car estant descrit du centre G vn cercle à l'entour du quarré *A B C D*, & tiré de G aux costez *A B*, *A D*, les perpendiculaires G *Q*, G *R*, tant les lignes *AB*, *AD*, que *H I*, *O P*, seront couppées par la 3. p. 3. ou Axiome 33. en deux egalement en *Q* & *R*: & pour ce que *AB*, *AD*, sont egales elles se-

ront par la 14. p. 3. ou Axio. 44. egalem. diſtãtes du centre G: & partant auſſi *HI*, *OP*, egalement diſtantes du meſme centre: donc auſſi egales par la meſme 14. p. 3. & partant auſſi egales leurs moitiés: mais auſſi egales ſont les moitiés de *AB*, *AD*: oſtant donc ces moitiés là de celles-cy, reſteront *AH*, *AF* *BI*, *DO*, egales. Par meſmes raiſons, on prouuera que *BK*, *CL*, *CM*, *DN*, ſont auſſi egales entr'elles, & à icelles *AH*, *AP*, *BI*, *DO*. Item, puis que *HI*, *OP*, ſont egales, ſi on leur adjouſte les egales IB, *PA*, les toutes BH, AO, ſeront egales: & pour meſme cauſe Ck & DM ſeront auſſi egales entr'elles, & à icelles BH, AO, & puis que les deux coſtez AO, AH, ſont egaux aux deux coſtez BH; Bk, & les angles compris d'iceux, egaux; les baſes HO, Hk, ſeront egales par la 4. p. 1. ou Axiome 10. & en la meſme maniere ſeront demonſtrées kM, MO, egales entr'elles & aux deux HO, Hk: donc le quadrilat. Hk, MO, eſt equilateral. Ie dis qu'il eſt auſſi rectangle: Car puis que les coſtez HK, *K*M, MO, OH, ſont egaux, les arcs qu'ils ſouſtiennent ſeront auſſi egaux, par la 2. p. 3. ou Axiome 56. & partant ils ſeront chaſcun la quatriéme partie du cercle: donc OHK, HKM, *K*MO, MOH, ſont demys cercles, & partant par la 31. p. 3. ou Axiome 1. les 4. angles H, K, M, O, ſont droicts: donc H*K*MO eſt vn quarré auquel le donné eſt comme E à F: car iceluy H*K*MO eſt egal à celuy-là trouué en cette raiſon, veu qu'vn meſme cercle circonſcriroit l'vn & l'autre. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Les poincts H, K, M, O, ſeront auſſi trouués auec le compas de proportion: Car ayant trouué auec iceluy, le coſté du quarré qui ſoit au donné, ſelon la raiſon de E à F, & faiſant la demye diagonale d'iceluy quarré trouué, l'hypothe-

nuse d'vn triangle rectangle, & la moitié de AB, l'vn des deux autres costés sera aisément trouué le troisiéme H Q, & par consequent nous aurons facilement les poincts H,K,M,O.

PROBL. LXXIX.

Descrire vn quarré dans quelconque triangle donné.

Soit le triangle *ABC*, dans lequel il faut descrire vn quarré: de l'angle *A* soit tirée la ligne AD perpendiculairement à BC, qui tombe dans le triangle, & soit icelle A D couppée en E, tellement que A E soit à E D comme A D à BC, puis par E soit menée F G parallele à *BC*; & finalement estant menée de F & G, FH & GI paralleles à A D. Ie dis que le rectiligne F G I H sera vn quarré inscrit au triangle ABC. Car d'autant que F G est parallele à BC, le triangle A F G est semblable au triangle A BC, & AD couppe iceux triangles en autres triangles semblablables, chascun au sien: c'est à dire, A F E à A BD, & A E G à A D C, & partant comme *BD* sera DC, ainsi FE à EG, & en cõposant cõme *BC* à DC, ainsi F *G* à E G: mais comme C D à D A, ainsi *G* E à E A; donc par la 22. p. 5. ou Axiome 96. en raison egale, comme B C à A D, ainsi F G à A E: mais pource que par la construction comme A *D* est à *B* C, ainsi A E à E D, derechef en raison egale, cõme BC à BC, ainsi *F G* à E D. Or BC est eg. à BC, donc FG est egale à E D: & pource que par la 34. p. 1. ou Axiom. 23. *FG* est egale à HI, & ED à icelles F H, GI, les quatre costez F G, G I, I H, H F, seront egaux entr'eux. Et par la 29. p. 1. ou 6. Axiome, les ang. E D H, F H D sont egaux à deux droicts: mais E D H est droict par la construction:

FHD est donc aussi droict, & par consequent les autres angles HFG, FGI, GIH, seront pareillement droicts, par ladite 34. p. 1. & partant HG est quarrée. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Le costé d'iceluy quarré, ensemble les poincts F, G, H, I, seront aussi trouués auec le compas de proportion: couppant premierement la hauteur AD en E, selon la raison de AD à BC, puis trouuant AF quatriéme proportionele à BC, BA, ED; & AG à BC, CA, ED: puis le compas estant à angle droict, nous trouuerons aisément BH: & par consequent BI.

PROBL. LXXX.

Dans vn triangle donné, descrire vn parallelogramme rectangle egal à vn parallelogramme donné, lequel ne soit plus grand que la moitié du triangle donné.

Soit le triang. ABC, & le parallelog. donné BD, duquel le costé BD couppe l'vn ou l'autre costé du triangle, comme AC en F: (que si le parallelogramme BD donné n'estoit rectangle, & disposé, comme il est icy sur l'vn des costez du triangle, il luy faudroit reduire; c'est à dire, faire sur BC le rectangle BD egal au donné.) Soit couppé le costé AC en G, tellemét que le rectang. de AGC soit egal au rectangle de ACF; en apres de G soit tirée GH parallele à BC, puis de G, H soient menées les perpendiculaires GI, HK, & le parallelogramme GHKI sera le requis: car puis que le rectangle de ACF est egal au rectangle de AGC, par la 14. p. 6. comme AC est à AG, ainsi GC à CF, & par la 4. p. 6. comme AC à BC, ainsi AG à GH, & comme GC à GI, ainsi CF à CD, & comme AC à AG, ainsi

BC à GH, & comme GC à CF, ainsi GI à DC: donc par la 9. p. 5. comme BC à HG, ainsi GI à CD, & partant par la 16. p. 6. le rectangle de BCD est egal au rectangle de HGI. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Les poincts G, H, I, k, seront trouuez auec le compas de proportion: Car trouuant de combien de degrez est l'angle ACB, nous aurons son suplément DCF, & par consequent aussi CFD, qui est egal à iceluy ACB; & partant les angles, & le costé CD du triangle, nous seront cognus: donc aussi les costez CF & FD: puis ayant coupé AC en G cõme dit est, soient trouuées AH quatriéme proportionele à AC, AG, AB, & CI à CF, FD, GC; & K sera par consequent aussi donné.

PROBL. LXXXI.

Estans donnés des triangles rectangles, trouuer des lignes droictes qui soient entr'elles en mesme raison, & ordre que sont les triangles.

Soient donnés les trois triangles rectilignes A, B, C; & il faut trouuer trois lignes droictes qui soient entr'elles en mesme raison, & ordre qu'iceux triangles.

Soit fait le parallelogramme DF egal au triangle A, puis sur la ligne EF, soit fait le parallelogramme EH egal au second triangle B, & ayant l'angle FEG egal à l'angle D, & finalement sur la ligne GH, soit fait le parallelogramme HI egal au triangle C, & ayant l'angle HGI egal à l'ang. D, & les bases DE, EG, GI, seront entr'elles comme les triang. donnez.

Car icelles bases sont entr'elles comme les parallelogrammes par la 1. p. 6. mais les parallelogrammes sont par la construction

ſtruction egaux aux triangles donnez A, B, C: donc comme A eſt à B, & B à C, ainſi D E eſt à E G, & E G à G I. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Les meſmes lignes ſeront auſſi trouuées auec le compas de proportion : veu qu'auec iceluy on peut faire la meſme conſtruction que deſſus.

Or il eſt manifeſte qu'eſtant proposées deux ou pluſieurs figures rectilignes, ſe pourront trouuer des lignes droictes qui ſeront entr'elles comme icelles figures rectilignes. Car icelles figures eſtans diuisées en triangles, on trouuera les lignes d'iceux comme deſſus, & celles des triangles de l'vne deſdites figures, eſtans adjouſtées enſemble, ſeront aux lignes adjouſtées de l'autre figure, comme vne figure à l'autre.

PROBL. *LXXXII.*

Coupper vne ligne droicte donnée, tellement que les ſegmens ſoient entr'eux comme des figures rectilignes données.

Soit donnée la ligne droicte A B, qu'il faut coupper en ſorte que les ſegmens ſoient entr'eux comme les deux figures rectilignes données C & D.

Soient trouuées les deux lignes E F, & F G qui ſoient entr'elles comme C eſt à D: puis ſoit fait que comme E F eſt à F G, ainſi A H ſoit à H B, & la ligne A B ſera couppée en H, ainſi qu'il eſtoit requis. Car puis que comme C eſt à D, ainſi E F eſt à F G; & comme E B eſt à F G, ainſi A H eſt à H B; comme C eſt à D, ainſi A H eſt à H B. Ce qu'il falloit faire.

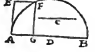
SCHOLIE.

Ladite ligne A B ſera auſſi couppée en H ſelon le requis auec le compas de proportion: veu que ſur iceluy ſe peut faire la meſme construction que deſſus.

PROBL. LXXXIII.

Estans donnez la somme des extremes, & la moyenne des trois proportionelles, discerner les extremes.

Soient données les deux lignes A B & C, desquelles A B est l'aggregé des extremes de trois proportionelles, & C la moyenne: & il faut discerner iceux extremes.



Soit descrit sur A B vn demy cercle, puis au poinct A esleué la perpendiculaire A E egale à C, & du poinct E, soit menée E F parallele à A B, couppant la circonference au poinct *F*, duquel poinct soit menée F G perpendiculaire à A B, & icelle discernera les extremes requis, qui seront *A* G, G B. Car il est manifeste qu'elle est moyenne proportionelle entre icelles A G, G *B*, & egale à A E, c'est à dire à C.

COROLL.

Il est euident, que la somme des extremes estant donnée, & vn rectiligne egal au rectangle des extremes, seront facilement trouuez les extremes: car il n'y a qu'à trouuer le costé d'vn quarré egal au rectiligne donné, puis faire comme dessus.

SCHOLIE.

Les mesmes extremes A G, G B, seront aussi trouuez auec le compas de proportion: Car nous auons A D, ou D F, & G F ou C, qui sont deux costez d'vn triangle rectangle, & partant l'autre costé D G sera trouué; & par consequent le reste A G.

Or ce Probleme se proposera encore ainsi: Estans données deux lignes droictes, dont l'vne ne soit moindre que le double de l'autre, coupper la plus grande en sorte que la moindre soit moyenne proportionelle entre les segmens d'icelle.

PROBL. LXXXIV.

Estans données la moyenne de trois proportionelles, & la difference des extremes, trouuer les extremes.

Soient données les deux lignes *A B* & *B* C, dont *A B* est

la difference des extremes de trois proportionelles, & *B C* la moyenne, & il faut trouuer les extremes.

Ayant posé icelles *A B*, *B C* à angle droict, soit prolongée *A B* de part & d'autre interminée, & couppée en deux egalement en *D*, & de ce poinct *D*, & interualle *D C* soit descrit le demy cercle *ECF*, & les lignes *EB*, *B F* seront les requises.

Car *B C* est moyenne proportionelle entre icelles, & puis que *E D*, *D F*, sont egales, & *A D*, *D B* aussi egales, *A E*, *B F* seront pareillement egales; & partant *A B* est la difference d'icelles *E B*, B F : elles sont donc les extremes requises.

Corol.

Il est manifeste que la difference des extremes estant donnée, & vn rectiligne egal au rectangle des extremes, les extremes seront facilement trouuées; car il n'y aura qu'à trouuer le costé d'vn quarré egal au rectiligne donné, puis faire comme dessus.

Scholie.

Les lignes B E, B F seront aussi trouuées auec le compas de proportion : car nous auons deux costez d'vn triangle rectangle, & partant l'autre costé D C sera trouué, duquel ostant D B, restera B F, mais l'adioustant, nous aurons B E.

Or ce Probleme se peut encores construire & proposer en diuerses autres manieres.

Probl. LXXXV.

Estant donnée vne ligne droicte, la coupper en trois segmens inegaux proportionnaux.

Soit la ligne droite donnée *A* B, qu'il faut coupper en trois segmens inegaux proportionaux.

Soit couppé A C moindre que le tiers d'icelle A B, puis

soit descrit sur l'autre segmét C B vn demy cercle, en apres du poinct C, soit menée perpendicul. CD, egale à AC, puis du poinct D soit menée D E parallele à CB, couppāt la circonfer. en E, duquel poinct E soit menée E F perpendiculaire à C B, & icelle E F couppera C B en deux segmés CF, FB, entre lesquels A C est moyenne proportionelle, & partant *A* B est couppée en trois segmens inegaux proportionaux és poincts C & F, ainsi qu'il estoit requis, dont la demonstration est manifeste.

SCHOLIE.

Les susdits segmens seront aussi trouuez facilement auec le compas de proportion, mettant icelle A B à l'ouuerture de quelque nombre, prouenans de l'addition de trois nombres proportionaux: comme pour exemple, sur le nombre 190, qui est la somme de ces trois nombres 40, 60, 90, qui sont en raison sous-sesquialtere, & les ouuertures de 40, 60, 90, donneront les segmens requis.

Or il est manifeste qu'il est aisé de coupper vne ligne droicte auec le compas de proportion, en tant de segmens proportionaux & en telle raison qu'on voudra: car il n'y a qu'à transferer ladite ligne donnée à l'ouuerture d'vn nombre, prouenant de l'addition d'autant de nombres, qui soient entr'eux, selon la raison proposée, comme seront requis de segmens.

FIN.

Cette Geometrie contenoit quatre liures, dont il y auoit 200. Problemes en ce premier: mais l'Autheur d'icelle ayant découuert que l'impression s'en faisoit à son desceu, en a empesché la continuation; c'est pourquoy nous auons mis fin en cét endroit: Et toutesfois afin que cette Geometrie pratique ne demeurast imparfaicte, nous y auons joint celle d'Errard, corrigée, & de beaucoup augmentée, ainsi qu'on recognoistra conferant les precedentes editions à celle-cy.